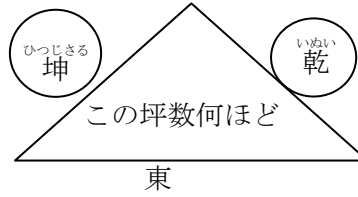


遺題本の最初『新編塵劫記』遺題 12 問の問題と解

(1) 勾股(こうこ)積

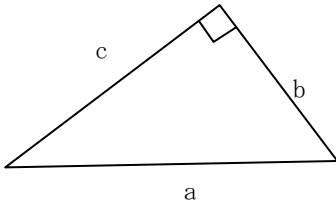


東いぬいうちまわり二方共
八十一間有
又東方の長さ問、
いぬいの方広さ問
ひつじさる方広を問
東ひつじさるうちまわり
二方共に七十二間有

(現代訳)

東と乾(いぬい) = 北西と坤(ひつじさる) = 南西の方向に三辺をもつ直角三角形で東と乾の辺の和が 81 間で、東と坤の和が 72 間のとき、この直角三角形の面積と各辺の長さを求めよ。

(解説)

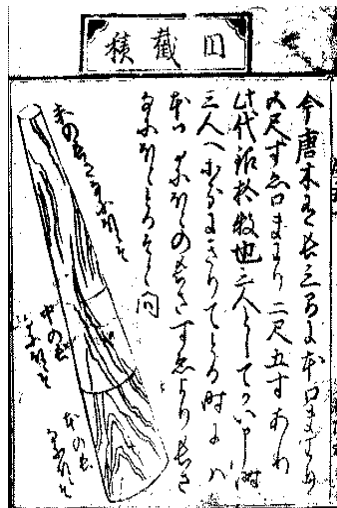


図のように直角三角形の斜辺を a, 他の 2 辺を b, c とすると $a+b=81$ 間, $a+c=72$ 間のとき辺 a, b, c の長さで三角形の面積を求めよ。

$\sqrt{2(a+b)(a+c)} = a+b+c$ を利用して解く

答え a(東)=45, b(乾)=36, c(坤)=27, 坪数=486 坪

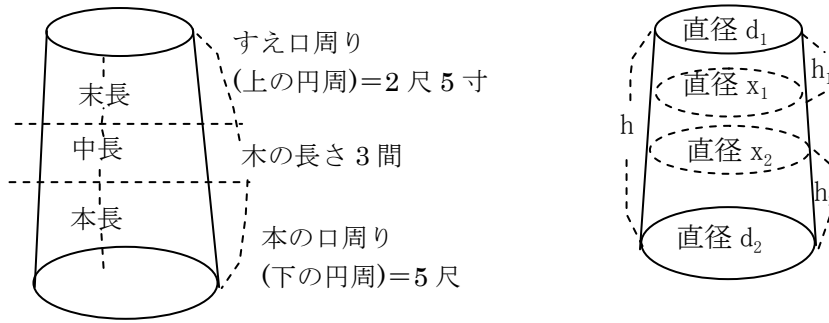
(2) 円截積(えんさいせき)



今唐木有 長さ三間に本口まわり
五尺寸あり すえ口まわり二尺五寸
あり 此れ代銀拾枚也
三人としてかい申時 三人へ等分
にきりとる時にハ 本ハ なに
ほどの長さ すえより長さなほ
ととるそと問

(現代訳) 図のような長さ 3 間(1 間=6 尺 5 寸とする)

本(もと)の口の周り(円周)が 5 尺、末の口周りが 2 尺 5 寸の唐木がある。この木の値段は銀 10 枚である。これを 3 人で買い求め、3 等分に切りたい。本の長さを求めよ。



唐木の円截積問題(『新篇塵劫記』より)

右図の様に円錐台の上底の直径を d_1 下底の直径を d_2 として円錐台の体積を3等分するときの切口の直径を x_1, x_2 、その高さをそれぞれ h_1, h_2 、体積を V とすると

$$x_1 = \sqrt[3]{\frac{2d_1^3 + d_2^3}{3}}, \quad x_2 = \sqrt[3]{\frac{d_1^3 + 2d_2^3}{3}}, \quad h_1 = \frac{h}{d_2 - d_1}(x_1 - d_1), \quad h_2 = \frac{h}{d_2 - d_1}(d_2 - x_2)$$

$$x_1 = 3.7345, \quad x_2 = 4.457067701, \quad h_1 = 9.6291, \quad h_2 = 4.2348719$$

答え 末長 9尺6寸2分91, 中長 5尺6寸3分59, 本長 4尺2寸3分48719

(3)2組4色の問題

何程と問	右松木松杉栗	松木	栗木	杉木	松木	松木(ひのき)	松木
	おのおの一本に付き	七本	百五十本	九十本	四十本	百五十本	八十本
答	ひの木一本目	此銀合四百拾九匁	此銀合老貫九百三十式匁	此銀合式貫三百一十式匁	此銀合式貫七百九十目		
くり一本目							

(注)重さの単位「匁(もんめ)」は十の位未満の端数がないときは「目」ともいう。

(現代訳)※松の木 80本、松(ひのき)50本合わせて値段2貫790匁 ※松の木 120本、杉の木 40本合わせて値段2貫322匁

※杉の木 90本、栗の木 150本合わせて値段1貫932匁

※栗の木 120本、松 7本合わせて値段419匁のとき

松の木、松、杉の木、栗の木1本につき銀どれほどか。

(解説)松木、松、杉、栗をそれぞれ1本につき銀 x, y, z, w 匁とする。

$$\begin{cases} 80x + 50y = 2790 & \dots (1) \\ 120x + 40z = 2322 & \dots (2) \\ 90z + 150w = 1932 & \dots (3) \\ 120w + 7y = 419 & \dots (4) \end{cases}$$

$$x = 13, y = 35, z = 19.05, w = 1.45$$

答え

松の木 1本につき銀13匁 松 1本につき銀35匁
杉の木 1本につき銀19匁5厘 栗の木 1本につき銀1匁4分5厘

(4) 三組三色の問題

	<table border="1"> <tr> <td>松木</td> <td>三本</td> <td>三色銀合式百七十拾五匁</td> </tr> <tr> <td>杉木</td> <td>四本</td> <td>おのおの右のねと同前</td> </tr> <tr> <td>松木</td> <td>五本</td> <td></td> </tr> <tr> <td>杉木</td> <td>五本</td> <td>三色銀合式百式拾目</td> </tr> <tr> <td>松木</td> <td>四本</td> <td></td> </tr> <tr> <td>杉木</td> <td>四本</td> <td></td> </tr> <tr> <td>松木</td> <td>六本</td> <td>三色銀合参百目</td> </tr> <tr> <td>杉木</td> <td>六本</td> <td>おのおの右のねと同前</td> </tr> <tr> <td>右松木杉木</td> <td>六本</td> <td>おのおの右のねと同前</td> </tr> </table>	松木	三本	三色銀合式百七十拾五匁	杉木	四本	おのおの右のねと同前	松木	五本		杉木	五本	三色銀合式百式拾目	松木	四本		杉木	四本		松木	六本	三色銀合参百目	杉木	六本	おのおの右のねと同前	右松木杉木	六本	おのおの右のねと同前
松木	三本	三色銀合式百七十拾五匁																										
杉木	四本	おのおの右のねと同前																										
松木	五本																											
杉木	五本	三色銀合式百式拾目																										
松木	四本																											
杉木	四本																											
松木	六本	三色銀合参百目																										
杉木	六本	おのおの右のねと同前																										
右松木杉木	六本	おのおの右のねと同前																										

(現代訳)

※松木(ひのき)2本, 松の木4本, 杉の木5本を三色合わせた値段が銀で220目、

※松木5本, 松の木3本, 杉の木4本を三色合わせた値段が銀で275匁、

※松木3本, 松の木6本, 杉の木6本を三色合わせた値段が銀で300目、のときおのおのの木は1本いくらか。

(解説)

松・松の木・杉の木の単価をそれぞれ x , y , z 目とすると

$$2x + 4y + 5z = 220 \dots\dots\dots (1)$$

$$5x + 3y + 4z = 275 \dots\dots\dots (2)$$

$$3x + 6y + 6z = 300 \dots\dots\dots (3)$$

$$x = 30, y = 15, z = 20$$

答え 松30目, 松の木15匁, 杉の木20目

(5) 2組3色の問題

	<table border="1"> <tr> <td>きぬ</td> <td>三疋</td> <td>此の代合式百七拾八匁五分</td> </tr> <tr> <td>ぬの</td> <td>八端(たん)</td> <td>ぬの右の値と同じ</td> </tr> <tr> <td>ぬの</td> <td>式端</td> <td></td> </tr> <tr> <td>さや</td> <td>四卷(まき)</td> <td>此の代合四百式拾壹匁四分</td> </tr> <tr> <td>さや</td> <td>壹卷</td> <td>さや右に同じ</td> </tr> <tr> <td>きぬ</td> <td>式疋</td> <td>此の代合八拾八匁六分</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>きぬ右の値と同じ</td> </tr> <tr> <td>右三色おのおのねたん</td> <td>何程つゝに当ると問</td> <td></td> </tr> </table>	きぬ	三疋	此の代合式百七拾八匁五分	ぬの	八端(たん)	ぬの右の値と同じ	ぬの	式端		さや	四卷(まき)	此の代合四百式拾壹匁四分	さや	壹卷	さや右に同じ	きぬ	式疋	此の代合八拾八匁六分			きぬ右の値と同じ	右三色おのおのねたん	何程つゝに当ると問	
きぬ	三疋	此の代合式百七拾八匁五分																							
ぬの	八端(たん)	ぬの右の値と同じ																							
ぬの	式端																								
さや	四卷(まき)	此の代合四百式拾壹匁四分																							
さや	壹卷	さや右に同じ																							
きぬ	式疋	此の代合八拾八匁六分																							
		きぬ右の値と同じ																							
右三色おのおのねたん	何程つゝに当ると問																								

(現代訳)

※きぬ(絹)3疋, ぬの(布)8反合わせて銀278.5匁※ぬの(布)2反, さや(紗綾)4卷合わせて銀421.4匁

※さや(紗綾)1卷, きぬ(絹)2疋合わせて銀88.6匁とすると絹, 布, 紗綾のおのおのの値段はいくらか。

(解説)

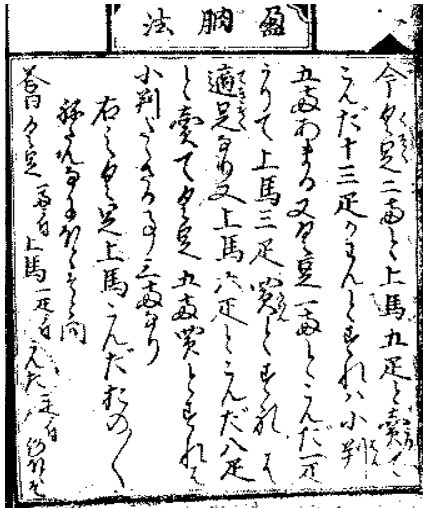
きぬ・ぬの・さやのそれぞれの単価を x , y , z 匁とすると

$$\begin{cases} 3x+8y=278.5 & \dots\dots\dots (1) \\ 2y+4z=421.4 & \dots\dots\dots (2) \\ z+2x=88.6 & \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

$x=0.3$ $y=34.7$ $z=88$

答え きぬ 1 疋に付き 3 分, ぬの 1 端に付き 34 匁 7 分, さや 1 巻に付き 88 匁

(6) 盈胸(えいじく)法(過不足算のこと)



今具足(ぐそく)二両と上馬五疋と売り
て こんだ(小荷駄)十三疋か八んとすれハ
小判五両あまる 又具足一両とこんだ
一疋うりて上馬三疋買わんとすれば 適
足なり又上馬六疋とこんだ八疋と売て
具足五両買とすれば 小判たらざる事三
両なり
右の具足上馬こんだのおのねたんなに
ほとそと問
答曰具足一疋、上馬一疋、小荷駄一疋に付
き

(現代訳)

今具足 2 両と上馬 5 疋(頭)を売り、こんだ 13 疋を買う値段では 5 両余る。又具足 1 両とこんだ 1 疋売って、上馬 3 疋買うと同じ値段。上馬 6 疋とこんだ 8 疋売って、具足を 5 両とすると小判 3 両足りない。具足、上馬、こんだのそれぞれの値段はいくらか。

(注) 盈(えい)は余ること、胸(じく)は不足することで過不足算である。具足は鎧(よろい)・甲冑(こうちゆう)で、小荷駄(こんだ・こにだとも読む)は馬に運ばせる荷物、あるいは小荷駄を運ぶ馬をいう。

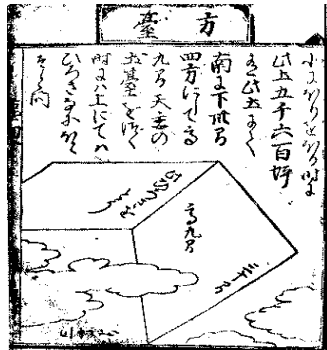
(解説) 具足の 1 疋の値、上馬 1 疋の値、小荷駄 1 疋の値、をそれぞれ x , y , z とする。

$$\begin{cases} 2x+5y=13z+5 & \dots\dots\dots (1) \\ x+z=3y & \dots\dots\dots (2) \\ 6y+8z=5x-3 & \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

$z=1.5$ $x=6$ $y=2.5$

答え 具足 1 両に付き 6 両, 上馬 1 疋に付き 2 両 2 分, 小荷駄 1 疋に付き 1 両 2 分 (注) 金 1 両=4 分

(7) 方台の問題



此にほりをほる時に此土五千六百坪有此土にて南に下三拾間四方にして高九間天主の土台をつくときには上にてはひろさ何程そと問

(現代訳)

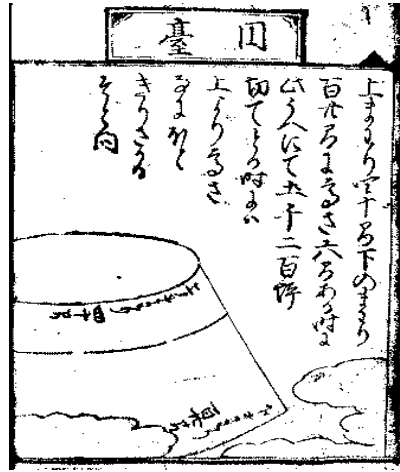
ここに堀を掘るときに土地 5600 坪ある。この土地に南に下が 30 間四方、高さ 9 間の正四角錐台の天主土台を作る時四角錐台の上の面積はいくらになるか。(注) 1 坪=1 立方間のこと

(解説)

上の一辺の長さを a, 下の一辺の長さを b. 高さを h とすると体積 V は $b=30, h=9$ を $V=\frac{h}{6}\{(2a+b)a+(2b+a)b\}$ に代入して $3a^2+90a-2900=0$ を解けばよい。

答え 上廣 19 間 5 分 25025(立方間)

(8) 円台の問題



上廻り四十間下のまわり百二十間
高さ六間ある時此上にて土千二百坪切るとる時上より高さ何程切さかると問

(現代訳) 上底の円周 40 間、下底の円周 120 間、高さ 6 間あるとき、1200 坪、切り取るとき、上より何間切り取ればよいか。

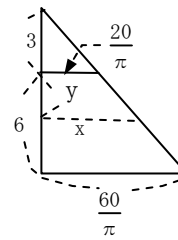
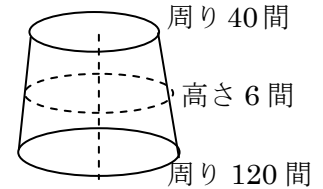
(解説) 体積を V, 高さを h, 下の半径を R,

上の半径 r とすると $V=\frac{1}{3}h\pi(R^2+r^2+Rr)$ に

$V=1200, R=\frac{x}{\pi}, r=\frac{20}{\pi}, \pi=3.16, h=y$ を代入して

右図より $y=\frac{3x-60}{20}$ だから $75840=x^3-8000$ となる。

答え上より高さ 3 間 5 分 6 厘 5 毛 1



(9) 栗石積の問題



栗石で七百五十坪有を高五尺つゝにして五段積みあげ下より二段目の犬はしりのひろさ一丈三段目ハ七尺四段めは六尺五段目ハ五尺如此つみて下のひろさと上のひろさ何程四方に成そとふを

(現代訳)

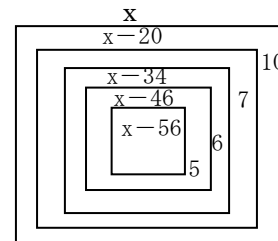
栗石 750 坪を高さ 5 尺にして、5 段積み上げ下より 2 段目の犬走りの広さは 1 丈、3 段目は 7 尺、4 段目は 6 尺、5 段目は 5 尺とすると上底と下底の広さはいくらか。

(解説)

今、下底の広さの一边を x とすると

$$x^2+(x-20)^2+(x-34)^2+(x-46)^2+(x-56)^2=750 \times 6.5^3 \div 5=41193.75$$

$$x=119.80355$$



答え 上の広さ 6丈3尺8寸 03555、下の広さ 11丈9尺8寸 0355

(10) 円截積の問題



さしわたし百間の屋敷を三人へわりて渡す
 時 一人ハ二千九百坪 一人ハ二千五百坪
 一人ハ二千五百坪 北より矢のひろさ弦の
 長さハなにほどそ 又中の矢のひろさ弦の
 長さおのおのなにほどと問

(現代訳)

直径 100 間の円径の屋敷を図のように

3人で割る、1人は2900坪、1人は2500坪、1人は2500坪とする
 とき北矢、南矢、弦の長さを求めよ

(解説)弦、弧、矢、面積、直径をそれぞれ a, s, h, A, d とすると

$$a^2 = 4h(d-h) \dots\dots\dots (1)$$

$$s^2 = a^2 + 6h^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$A = \frac{s \times d}{4} - \frac{a}{2} \left(\frac{d}{2} - h \right) \dots\dots (3)$$

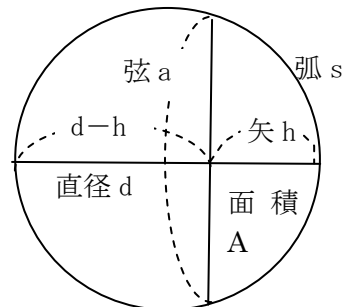
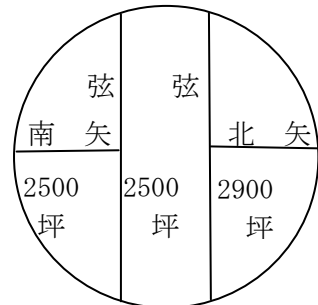
(3)は『九章算術』より

$$A = \frac{1}{2} h(a+h) \text{ を用いて}$$

$5h^4 - 4dh^3 - 4Ah^2 + 4A^2 = 0$ とした本もあるが余りにも誤差が大きい。

((1), (2)を(3)に代入 a, s を消去して解くが大変複雑になる)

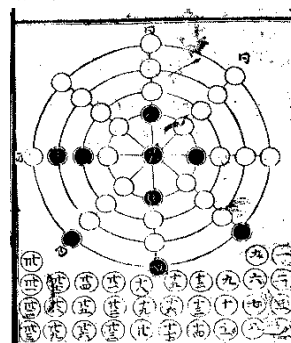
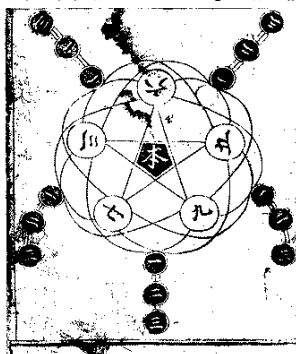
答え 北矢の広さ 39.282間、
 北弦の長さ 97.675間、北弧 137.11間
 中矢の広さ 25.518間、南矢の広さ 35.2間
 南弦の長さ 95.5間、南弧 128間



※詳しく知りたい人は参考・引用文献(8), (12)参考のこと。

(11) 問題文はなく問題が不明 (12) 問題文ない。(円攢の問題)

右図があるのみ。



(12)については参考・引用文献(8)p. 98 参照すること

(参考・引用文献)

- (1) 『東西数学物語』平山 諦著 昭和 31 年(1956 年)p. 136
- (2) 『関孝和』平山諦著 恒星社厚生閣 昭和 34 年(1959 年)p. 221
- (3) 『明治前日本数学史』日本学士院 日本科学史刊行会 昭和 35 年(1960 年)1 卷 p. 54
- (4) 『和算の歴史』(上・下)下平和夫著 昭和 45 年(1970 年)上 p. 49 下 p. 66
- (5) 『増修日本数学史』遠藤利貞・三上義夫昭和 56 年(1981 年)p. 474, p. 318
- (6) 『和算研究集録』林 鶴一著 昭和 61 年(1986 年)上 p. 137, 197 下 p. 823
- (7) 『筑前高見神社算額と和算史概説』本田益夫 昭和 61 年(1986 年)
- (8) 『松永良弼』内藤淳・平山諦昭和 62 年(1987 年)
- (9) 『江戸初期和算書解説』1~8 卷下平和夫・他著平成 3 年(1990 年)
- (10) 『和算の誕生』平山 諦著 平成 5 年(1993 年)
- (11) 『和算の花』中村信弥著 平成 9 年(1997 年)p. 38
- (12) 『拾 1 算法(現代解と解説)』藤井康生・米光丁著 平成 11 年(1999 年)p. 2
- (13) 『和算史年表』佐藤健一・他著 平成 14 年(2002 年)
- (14) 『江戸初期の課題数学入門』米光丁著 平成 14 年(2002 年)
- (15) 『和算史年表』佐藤健一・他著平成 14 年(2002 年)
- (16) 『和算用語集』佐藤健一・他著 平成 17 年(2005 年)