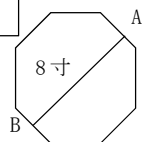


**問1.** 立方体の4面を切り、八角形とする。回りは24寸、斜め8寸(AB)とするとき、角一辺の長さはいくらか。



**問1. (解法)**

角面を  $x=AC$ , 方面を  $y=CE$  とすると

$$4x+4y=24 \quad x+y=6 \dots \dots \dots (1)$$

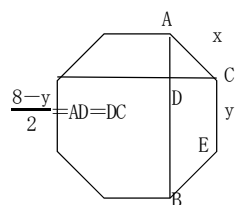
$$\frac{8-y}{2}\sqrt{2}=x \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{8-y}{2}\sqrt{2}=6-y, \quad 64-16y+y^2=72-24y+2y^2$$

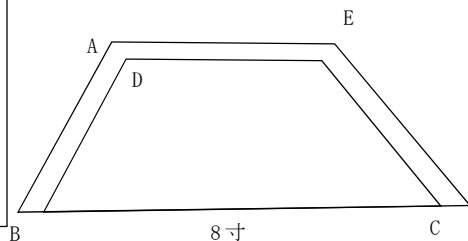
$$y^2-8y+8=0 \quad y=4-2\sqrt{2}=1.171573, \quad x=4.828427 \text{ となる。}$$

答 角面=1.171573寸, 方面=4.828427寸

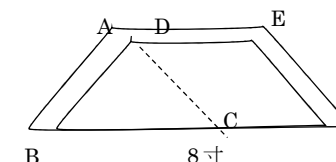
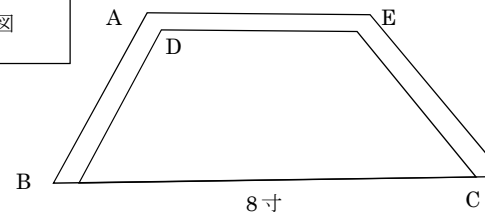
**問1 解図**



**問2.** 底辺8寸の二等辺三角形の上を切り、等脚台形にする。図のように截三角面、方面2個、各面1個でともに11寸、のとき角方面はいくらか。



**問2 解図**



**問2.(解法)**

(縦+横)<sup>2</sup>+ (縦-横)<sup>2</sup>=2弦<sup>2</sup>より

$$AB+AC-BC=11-8$$

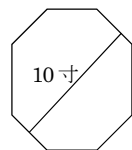
$$AB+AC-BC=AB+AB-AB\sqrt{2}=(2-\sqrt{2})AB$$

$$AB=\frac{3}{2-\sqrt{2}} \quad AE=\frac{3}{2-\sqrt{2}}\sqrt{2} \quad AD=8-\frac{3}{2-\sqrt{2}}\sqrt{2}$$

$$AD=8-\frac{3(2+\sqrt{2})}{2}\sqrt{2}=8-7.242640685=0.757359315 \text{ 寸}$$

答 角面=0.757359315寸

**問.3** 直方形の4面を切り、八角形とする。  
縦横差2寸、回りは30寸、斜め10寸とするとき、角一辺の長さはいくらか。



**問.3(解法)**

一辺を  $a$  とすると角面は  $\sqrt{2}a$ , 縦面を  $x$ , 横を  $y$  とすると

$(縦+横)^2 + (縦-横)^2 = 2 \text{ 弦}^2$  より  
 $(x+y+2a)^2 + (x-y)^2 = 2 \times 100 \dots (1)$

題意より  $x-y=2$  だから  $x+y+2a=14$

$2(x+y+2\sqrt{2}a) - 2(x+y+2a) = 30 - 14$   
 $\dots \dots (2)$

$2\sqrt{2}a - 2a = 1$  ,  $4a^2 - 4a - 1 = 0$

$a = \frac{1+\sqrt{2}}{2} = 1.207106781$  寸 ,  $\sqrt{2}a = 1.70710678$  寸

$x-y=2$  だから  $x+y+2a=14$

$x-y=2$

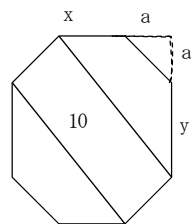
$x+y=11.58578644$  ,  $x=8-a$  ,  $y=x-2$

$x=6.79289322$  ,  $y=4.79289322$

角面  $= \sqrt{2}a = 1.70710678$  強寸 , 方面  $= y = 4.828427$  強寸

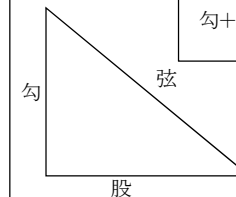
答 角面  $= 1.70710678$  強寸 , 方面  $= 4.828427$  強寸

問3解図



**問.4**

勾 + 股 + 弦 = 12  
 勾 - 弦 = 2 のとき勾,  
 股, 弦はいくらか



勾+股+弦=12, 勾-弦=2の勾, 股, 弦

**問.4 (解法)**

勾+股+弦=12  $\dots \dots (1)$

弦-勾=2  $\dots \dots (2)$

$(1) + (2)$  股+2弦=14

勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する

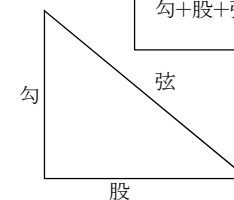
$(弦-2)^2 + (14-2弦)^2 = 弦^2$

$50 - 15弦 + 弦^2 = 0$  (弦-10)(弦-5)=0 (弦=10は不適)

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問.5**

勾+股+弦=12 , 股勾-勾股=1の勾,  
 勾股=1のとき勾, 股, 弦  
 はいくらか。



勾+股+弦=12, 股勾-勾股=1の勾,

問.5(解法)

勾+股+弦=12.....(1)

股-勾=1.....(2)

(1)+(2) 2股+弦=13 (1)-(2) 2勾+弦=11

勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する

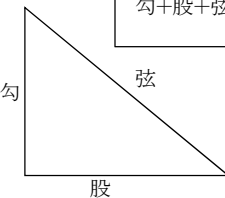
(11-弦)<sup>2</sup>+(13-弦)<sup>2</sup>=4弦<sup>2</sup>

-145+24弦+2弦<sup>2</sup>=0 (2弦+29)(弦-5)=0 (弦=-29/2)は不適

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問.6**

勾 + 股 + 弦 = 12  
 弦 - 股 = 1 のとき  
 勾, 股, 弦はいくら  
 か。



勾+股+弦=12, 弦-股=1の勾,股,弦

問.6(解法)

勾+股+弦=12.....(1)

弦-股=1.....(2)

(1)+(2) 勾+2弦=13

勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する

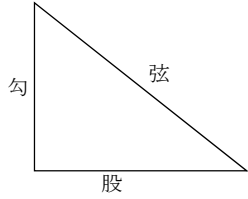
(13-2弦)<sup>2</sup>+(弦-1)<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>

85-27弦+2弦<sup>2</sup>=0 (2弦-17)(弦-5)=0 (弦=17/2)は不適

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問.7**

勾股=12 弦-股=1  
 のとき勾, 股, 弦はい  
 くらか



勾×股=12 , 弦-股=1の勾,股,弦

問.7(解法)

勾股=12.....(1)

弦-股=1.....(2)

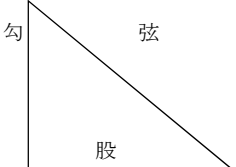
(1)より勾=12/股 勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する ホナーの方法で

144+股 <sup>4</sup> =股 <sup>2</sup> (1+股) <sup>2</sup>	2 1 0 -144 (4)									
144=股 <sup>2</sup> +2股 <sup>3</sup>	<table style="margin-left: auto; margin-right: 0; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">8</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">36</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 0 5px;">144</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">9</td> <td style="padding: 0 5px;">36</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> </table>	8	36	144	2	9	36	0	0	0
8	36	144								
2	9	36								
0	0	0								

(股-4)(2股<sup>2</sup>+9股+36)=0 となるから股=4

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5

**問.8** 勾股=12 ,  
 弦-勾=2 のとき勾,  
 股, 弦はいくらか。



勾×股=12 , 弦-勾=2の勾,股,弦

**問題. 8**(解法)

勾股=12・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (1)

弦-勾=2・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (2)

(1)より $股 = \frac{12}{勾}$  勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する      ホナーの方法で

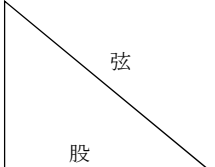
144=勾<sup>2</sup>(2+勾)<sup>2</sup>      4   4   0   -144   (3)

144=4 勾<sup>2</sup>+4 股<sup>3</sup>      12   48   144

(勾-3)(4 勾<sup>2</sup>+16 勾+48)=0 となるから勾=3      4   16   48   0

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問. 9**  
勾+股=7 弦-勾=2 の  
とき勾, 股, 弦はいくらか



勾+股=7, 弦-勾=2の勾,股,弦

**問. 9**(解法)

勾+股=7・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (1)

弦-勾=2・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (2)

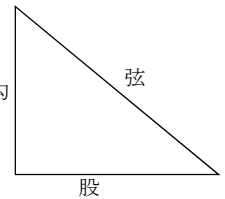
(1)+(2) 股+弦=9 勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する

(弦-2)<sup>2</sup>+(9-弦)<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup> 弦<sup>2</sup>-22 弦+85=0

(弦-17)(弦-5)=0 (弦=17は不適)

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問. 10**  
勾+股=7 弦-股=1 の  
とき勾, 股, 弦はいくら  
か。



勾+股=7, 弦-股=1の勾,股,弦

**問. 10**(解法)

勾+股=7・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (1)

弦-股=1・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (2)

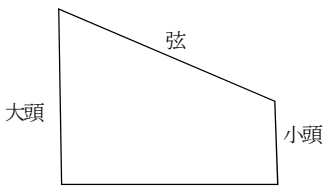
(1)+(2) 勾+弦=8 勾<sup>2</sup>+股<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup>に代入する

(弦-8)<sup>2</sup>+(弦-1)<sup>2</sup>=弦<sup>2</sup> 弦<sup>2</sup>-18 弦+65=0

(弦-13)(弦-5)=0 (弦=13は不適)

答 勾=3寸、股=4寸、弦=5寸

**問. 11**  
長+大頭=20 寸, 大頭  
+弦=21, 弦+小頭=  
16, のとき長, 弦, 大頭,  
小頭はいくらか。



問.11(解法)

長+大頭=20・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (1)

大頭+弦=21・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (2)

弦+小頭=16・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ (3)

(2)-(3) , (2)-(1) 大頭-小頭=5 , 弦-長=1

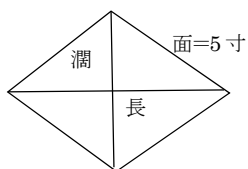
長<sup>2</sup>+25=弦<sup>2</sup>に代入する。(弦-1)<sup>2</sup>+25=弦<sup>2</sup> 2弦=26

弦=13寸

答 長=12寸,大頭=8寸,小頭=3寸となる。

問.12

面5寸、の菱形、面積が24  
のとき、長、濶の長さは何  
寸か。



問.12(解法)

面積が24だから長濶=48

$(\frac{長}{2})^2 + (\frac{濶}{2})^2 = 面^2$  だから長<sup>2</sup>+濶<sup>2</sup>=100

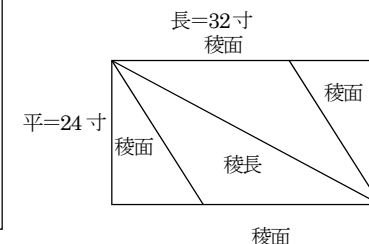
長<sup>4</sup>+2304=100長<sup>2</sup> 長<sup>4</sup>-100長<sup>2</sup>+2304=0

(長<sup>2</sup>-36)(長<sup>2</sup>-64)=0 長=±6 (不適), 長=±8 (-不適),

答 長=8寸、濶=6寸

問.13

長方形がある。長 32 寸、平  
24 寸のとき稜長を図のよう  
にすると稜面はいくらか



問.13(解法)

稜面=x とすると

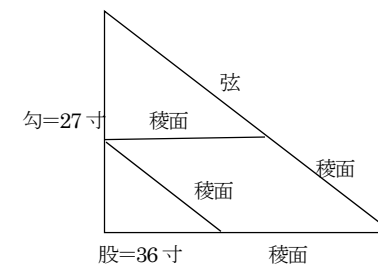
24<sup>2</sup>+(32-x)<sup>2</sup>=x<sup>2</sup>

64x=1600 x=25

答 稜面=25寸

問.14.

直角三角形があり、勾 27 寸、  
股 36 寸のとき稜面はいくら  
か。



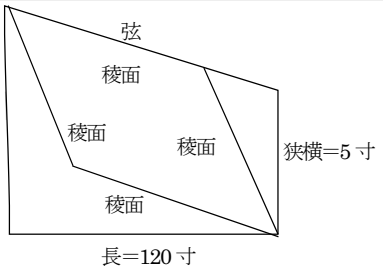
**問.14(解法)**

三平方の定理から弦 45 寸

36 : (36 - 稜面) = 45 : 稜面

答 稜面 = 20

**問.15**  
今半梯(台形)がある。広横 8 寸、狭横 5 寸、長 12 尺のとき、稜面はいくらか。

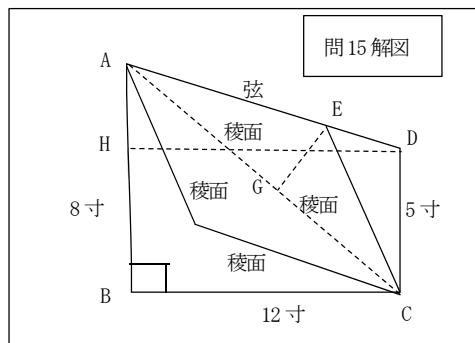


**問.15(解法)**

△ABC は直角三角形 AC<sup>2</sup> = 208

△AHD も直角三角形 AD<sup>2</sup> = 153

△ACD において



双股の術(正弦定理)を使うと

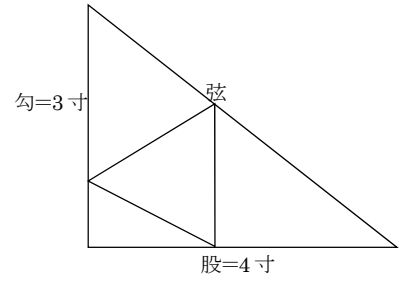
$$DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cos \angle CAD$$

$$25 = 153 + 208 - 2\sqrt{153} \cdot \sqrt{208} \cdot \frac{\sqrt{208}}{2 \cdot \text{稜面}} \cdot 336 \quad \text{稜面} = \sqrt{153} \cdot 208$$

$$\text{稜面} = \frac{\sqrt{153} \cdot 208}{336} = 7.65719654$$

答 稜面 = 7 寸 657196 強

**問.16**  
勾 3 寸、股 4 寸の直角三角形に正三角形を内接するとき内接正三角形の 1 辺の長さはいくらか。

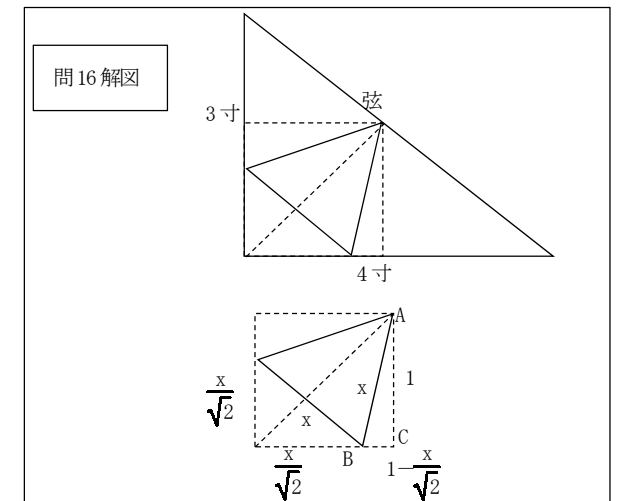


**問.16(解法)**

直角三角形内に接する正方形の 1 辺の長さは

$$\frac{3 \times 4}{3 + 4} = 1.714285714$$

今一辺が 1 の正方形に一辺が x の正三角形が



内接しているとする

△ABCは

$$1 + \left(1 - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 = x^2 \quad - 11 -$$

$x = 1.0352761$  だから

ここでの正三角形の一辺の長さは  $1.714285714 \times 1.0352761 = 1.774759$  となる。

答 内接三角形の1辺 = 1 寸 77476 弱

$$1 : \frac{\text{大}}{2} = \sqrt{10} : \left\{ \sqrt{10} - \left(1 + \frac{\text{大}}{2}\right) \right\}$$

$$\frac{\text{大}}{2} (\sqrt{10} + 1) = \sqrt{10} - 1$$

$$\frac{\text{大}}{2} = \frac{\sqrt{10} - 1}{\sqrt{10} + 1} \quad \text{大} = \frac{11 - 2\sqrt{10}}{9} \times 2$$

答 大円径 = 1.038987706 寸

- 12 -

『闕疑抄一百問答術』

。

**問. 17**

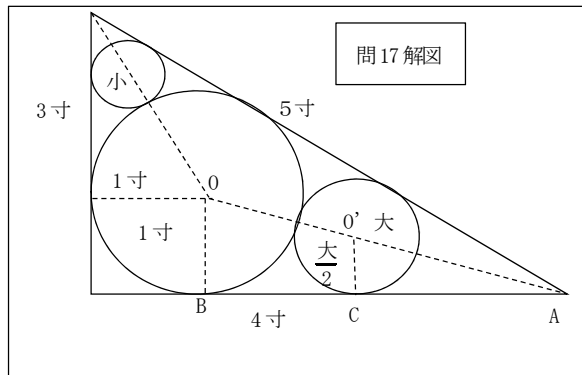
勾3寸、股4寸の直角三角形に内接円が図のように内接する。その内接円に更に大、小円を内接させるとき大円の直径はいくらか

**問. 17(解法)**

内接円の直径は  $3 + 4 - 5 = 2$  寸とわかる。

△AOBにおいて

大円の直径を大とすると



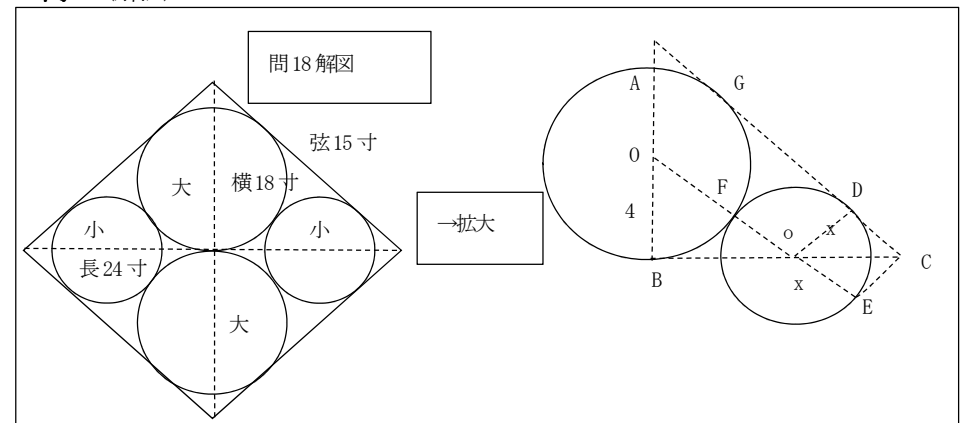
- 13 -

『闕疑抄一百問答術』

**問. 18**

図のような菱形に大小各2個の円が内接している。今、長が24寸、横18寸のとき、大小の直径はいくらか

**問. 18(解法)**



今小円の半径を  $x$  とする。大円の半径は  $\frac{9 \times 24}{15 + 15 + 24} = 4$

$\triangle B O o$  において  $Bo = \sqrt{8x + x^2}$  ,  $DG = 4\sqrt{x}$   $DC = 12 - 4\sqrt{x}$  ,  $oC = 12 - \sqrt{8x + x^2}$

$\triangle D o C$  において  $(12 - \sqrt{8x + x^2})^2 = x^2 + (12 - 4\sqrt{x})^2$

$$144 - 24\sqrt{8x + x^2} + 8x + x^2 = x^2 + 144 - 96\sqrt{x} + 16x$$

- 14 -

『闕疑抄一百問答術』

$$-24\sqrt{8x + x^2} = -96\sqrt{x} + 8x \quad 3\sqrt{8x + x^2} = 12\sqrt{x} - x$$

$$9x + 72 = x - 24\sqrt{x} + 144 \quad x - 9 = -3\sqrt{x}$$

$$x^2 - 27x + 81 = 0 \quad , \quad x = \frac{27 - 9\sqrt{5}}{2} = 3.437694105$$

従って小円径 6.875388 強寸

答 大円径 = 8 寸 小円径 = 6.875388 強寸

**問. 19**

図のような菱形に大小各 2 個の円が内接している。  
今、長が 24 寸、横 18 寸のとき、  
大小の直径はいくらか。

問. 19(解法)

問 19 解図

- 15 -

『闕疑抄一百問答術』

今小円の半径を  $x$  とする。大円の半径は  $\frac{12 \times 18}{15 + 15 + 18} = 4.5$

$\triangle B O o$  において  $Bo = \sqrt{9x + x^2}$  ,  $DG = 3\sqrt{2x}$   $AG = 9 - 3\sqrt{2x}$  ,

$Ao = 9 - \sqrt{9x + x^2}$

$\triangle A o G$  において  $(9 - \sqrt{9x + x^2})^2 = x^2 + (9 - 3\sqrt{2x})^2$

$$81 - 18\sqrt{9x + x^2} + 9x + x^2 = x^2 + 81 - 54\sqrt{2x} + 18x$$

$$-18\sqrt{9x + x^2} = -54\sqrt{2x} + 9x \quad 2\sqrt{9x + x^2} = 6\sqrt{2x} - x$$

$$3x - 36 = 12\sqrt{2x} \quad x - 12 = 4\sqrt{2x} \quad x^2 - 56x + 144 = 0$$

$$x = 28 - 8\sqrt{10} = 2.70177872 \quad \text{従って小円径 } 5.4035574 \text{ 強寸}$$

答 大円径 = 9 寸 小円径 = 5.4035574 強寸

**問. 20**

直角三角形に内接する正方形の  
一辺が 2 寸直角三角形の一辺が  
3 寸のときもう片方の辺はいく  
らか。



**問. 20(解法)**

方面 =  $\frac{\text{勾} \times \text{股}}{\text{勾} + \text{股}}$  だから  $2 = \frac{3 \times \text{股}}{3 + \text{股}}$   $6 + 2 \text{股} = 3 \text{股}$

答 股 = 6 寸

**問. 21**  
 直角三角形に内接する正方形の一辺が2寸、直角三角形の勾股差が3寸のとき各の辺、勾、股はいくらか。

**問. 21(解法)**

方面 =  $\frac{\text{勾} \times \text{股}}{\text{勾} + \text{股}}$  だから  $2(\text{勾} + \text{股}) = \text{勾} \times \text{股}$

股 - 勾 = 3 を代入して  $2(2 \text{勾} + 3) = \text{勾} \times (\text{勾} + 3)$

$\text{勾}^2 - \text{勾} - 6 = 0$        $\text{勾} = 3$  ,  $\text{勾} = -2$  (不適)

勾 = 3 寸、股 = 6 寸

答 勾 = 3 寸 股 = 6 寸

**問. 22**  
 直角三角形に内接する円の直径が2寸直角三角形の一辺が3寸のと

**問. 22(解法)**

円径 = 勾 + 股 - 弦 だから  $2 = 3 + \text{股} - \text{弦}$ , 一方  $\text{勾}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$

だから  $9 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$ , 股 = 弦 - 1 を代入して  $9 + (\text{弦} - 1)^2 = \text{弦}^2$

答 股 = 4 寸 弦 = 5 寸

**問. 23**  
 直角三角形に内接する円の直径が6寸直角三角形の勾股差7寸のとき、勾、股、弦はいくらか。

**問. 23(解法)**

円径 = 勾 + 股 - 弦 だから  $6 = \text{勾} + \text{股} - \text{弦}$

$7 = \text{股} - \text{勾}$ ,  $13 = 2 \text{股} - \text{弦}$        $2 \text{勾} = \text{弦} - 1$

一方  $\text{勾}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$  だから  $13 = 2 \text{股} - \text{弦}$ ,  $2 \text{勾} = \text{弦} - 1$

を代入して  $(\text{弦}-1)^2 + (\text{弦}+13)^2 = \text{弦}^2$        $2\text{弦}^2 - 24\text{弦} + 170 = 0$

$\text{弦}^2 + 12\text{弦} - 85 = 0$        $\text{弦} = 17, -5$  (不適)

勾8寸、股=15寸、弦=17寸

答 勾=8寸、股=15寸、弦=17寸

**問. 24**  
正三角形に内接する大小2個の正方形がある。小の正方形の一边1寸のとき、正三角形の一边はいくらか。

問. 24(解法)

正三角形に内接する正方形は  $\frac{\text{高さ} \cdot \text{三角辺}}{\text{高さ} + \text{三角辺}}$

問 24 解図

だから右図の  $BC=x$  とおくと  $\triangle ABC$  は  $30^\circ, 60^\circ$  の直角三角形になり、

大の正方形の一边は  $= \frac{\sqrt{3x} \cdot 2x}{\sqrt{3x+2x}} = (4\sqrt{3}-6)x$        $\triangle AGF$  の高さは  $(6-3\sqrt{3})x$

小の正方形の一边は

$$= \frac{(4\sqrt{3}-6)x \cdot (6-3\sqrt{3})x}{(4\sqrt{3}-6)x + (6-3\sqrt{3})x}$$

$$= 6(-4\sqrt{3}+7)x$$

$$x = \frac{1}{6(-4\sqrt{3}+7)} = \frac{1}{6}(4\sqrt{3}+7) = 2.321367203$$

従って正三角形の一边は  $2x$  で 4.642734406 となる。

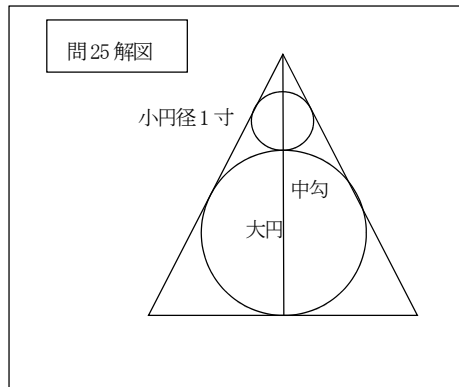
答 正三角形=4.6427344 強寸

**問. 25**  
正三角形に内接する大小2個の円がある。小円径が1寸のとき、正三角形の一边はいくらか。

問. 25 (解法)

正三角形の小円の3倍が大円である。  
 大円の1.5倍が中公であるから  
 正三角形の一辺の長さは  
 $3 \times \sqrt{3} = 5.196152421$  寸となる。

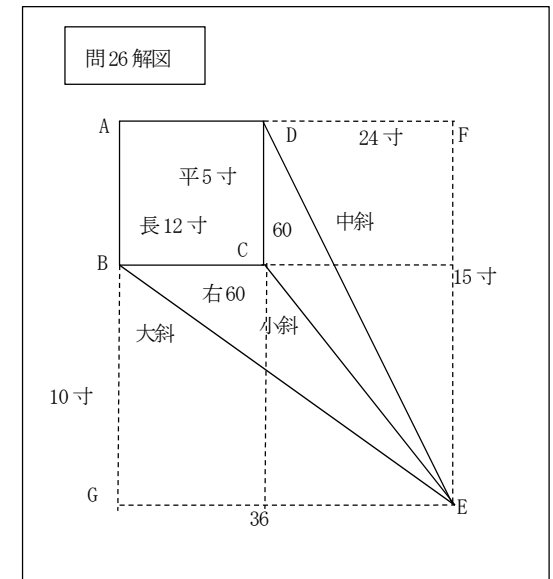
答 正三角形=5.1961542 強寸



問. 26 (解法)

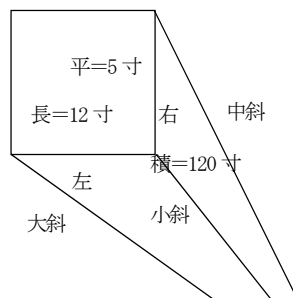
全体の体積は△BCE と△CDE  
 のことで左右同じであるから  
 それぞれ 60 である。  
 故に BG=10, DF=24,  
 AF=36, EF=15,  
 BE=大斜 37.36308338 寸  
 DF=中斜 28.30194339 寸  
 CF=小斜 26 寸  
 となることがわかる。

答 大斜=37.3630834 強寸,  
 中斜=28.301802 強寸  
 小斜=26 寸



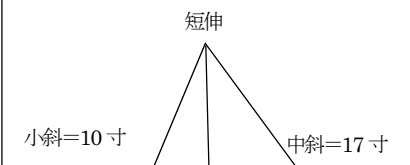
問. 26

図のような長方形に左と右から突き出している。  
 長方形の長 12 寸、平が 5 寸、左右の積は同じでそ全体の積が 120 寸のとき、大斜、中斜、小斜はそれぞれいくらか。



問. 27

図のような三角形があり、面積は 84 寸、中斜 17 寸、小斜 10 寸のとき大斜、中股はそれぞれい



**問. 27**(解法)

BD=大斜=x とおき、ヘロンの公式を使うと

$$2s=27+x \quad s=\frac{1}{2}(27+x), 84=\sqrt{s(s-x)(s-10)(s-17)}$$

$$7056=\frac{1}{2}(27+x)\left\{\frac{1}{2}(27+x)-x\right\}\left\{\frac{1}{2}(27+x)-10\right\}\left\{\frac{1}{2}(27+x)-17\right\}$$

$$112896=(27+x)(27-x)(7+x)(x-7)$$

$$112896=(729-x^2)(x^2-49)$$

$$148617=778x^2-x^4$$

$$x^4-778x^2+148617=0$$

$$(x^2-441)(x^2-337)=0$$

$$x=21, 18.35755975(\text{不適}) \quad x=\text{大斜 } 21 \text{ 寸}$$

関孝和時代はヘロンの公式は

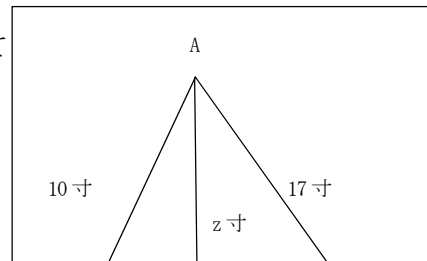
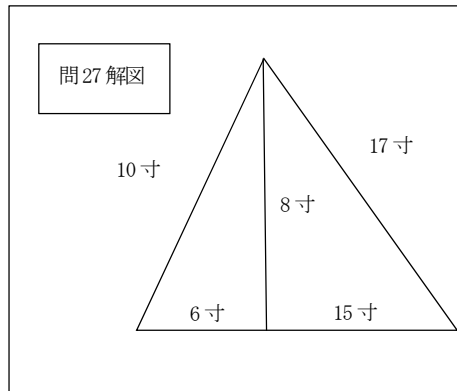
ないので余弦定理で次のように考えた。

$$\text{大斜}^2+289-100=2 \text{ 大斜} \cdot \text{長股}$$

$$\text{大斜}^2+189=2 \text{ 大斜} \cdot \text{長股}$$

$$2 \text{ 面積}=\text{大斜} \cdot \sqrt{\text{中斜}^2-\text{長股}^2} \text{ 両辺を平方して}$$

$$4 \text{ 面積}^2=\text{大斜}^2(\text{中斜}^2-\text{長股}^2)$$



$$\text{長股}^2=\frac{1}{\text{大斜}^2}(\text{大斜}^2 \text{ 中斜}^2-4 \text{ 面積}^2)$$

$$\text{大斜}^4+378 \text{ 大斜}^2+35721=4 \text{ 大斜}^2 \cdot \text{長股}^2$$

$$\text{大斜}^4+378 \text{ 大斜}^2+35721$$

$$=1156 \text{ 大斜}^2-112896$$

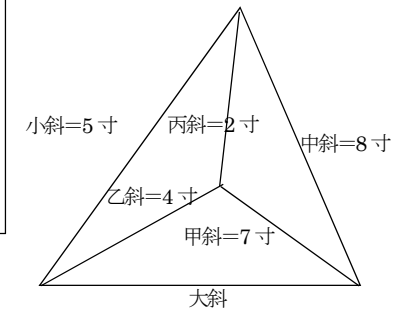
$$\text{大斜}^4-778 \text{ 大斜}^2+148617=0,$$

$$\text{大斜}=\text{大斜 } 21 \text{ 寸}$$

答 大斜=21 寸, 中斜=28.301802 強寸 小斜=26 寸

**問. 28**

図のような三角形があり、中斜は8寸、小斜5寸、甲斜7寸、乙斜4寸、丙斜2寸のとき、大斜はいくらか。

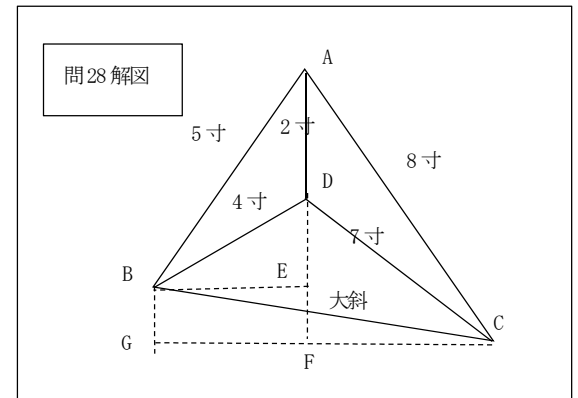


**問. 28**(解法)

△ADCにおいてAF=xとおくと  
双股弦の定理(余弦定理)より

$$8^2+2^2-7^2=2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{x}{8}$$

$$x=AF=4.75$$



$$FC = \sqrt{8^2 - 4.75^2} = 6.437196594$$

△ABDにおいてAE=yとおくと

同様にして

$$5^2 + 2^2 - 4^2 = 2 \cdot 2 \cdot y, \quad y = AE = 3.25$$

$$BE = GF = \sqrt{5^2 - 3.25^2} = 3.799671038$$

$$BG = AF - AE = 1.5, \quad GC = BE + FC = 10.2368763$$

$$BC = \text{大斜} = \sqrt{1.5^2 + 10.2368763^2} = 10.34618517$$

後にこの問題は6斜術を利用して次のように説いた。大斜をzとして

- 24 -

『闕疑抄一百問答術』

$$8^2 \cdot 4^2 (5^2 + z^2 + 7^2 + 2^2 - 8^2 - 4^2) + 2^2 \cdot z^2 (5^2 + 4^2 + 7^2 + 8^2 - 2^2 - z^2)$$

$$+ 5^2 \cdot 7^2 (8^2 + 2^2 + 4^2 + z^2 - 5^2 - 7^2)$$

$$= z^2 \cdot 7^2 \cdot 4^2 + 8^2 \cdot 7^2 \cdot 2^2 + 5^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 + 5^2 \cdot z^2 \cdot 8^2$$

$$1024(z^2 - 2) + 4z^2(150 - z^2) + 1225(z^2 + 10) = 2384z^2 + 14144$$

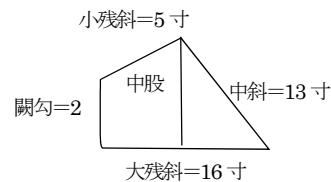
$$4z^4 - 465z^2 + 3942 = 0 \quad z^2 = \frac{465 + \sqrt{216225 - 63072}}{8}$$

$$= \frac{465 + 391.3476715}{8} \quad (-は不適), \quad z = \text{大斜} = 10.34618088 \text{ 寸となる。}$$

答 大斜=10.03461808 強寸,

**問. 29**

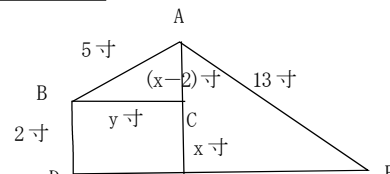
図のような三斜闕(台形)があり、大残斜は16寸、中斜13寸、小残斜5寸、闕勾2寸、のとき、中股はいくらか。



**問. 29(解法)**

BC=y, AE=xとおくとEF=16-y

問29解図



△AEFにおいて

$$169 = x^2 + (16-y)^2 \dots \dots (1)$$

$$(x-2)^2 = 25 - y^2 \dots \dots (2)$$

$$-87 = x^2 - 32y + y^2 \dots \dots (1)'$$

$$x^2 - 4x = 21 - y^2 \dots \dots (2)'$$

$$-108 - 4x = -32y \quad x = 8y - 27 \quad 729 - 432y + 64y^2 + 108 - 32y = 21 - y^2$$

$$65y^2 - 464y + 816 = 0 \quad y = \frac{232 \pm 28}{65} \quad y = 4, \quad 3.13846 \dots$$

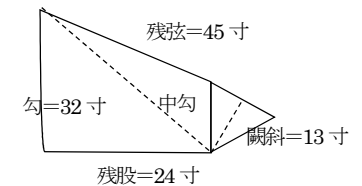
y=4寸だけを取り、AC=3だからAE=中股5寸としている。答 中股=5寸,

- 25 -

『闕疑抄一百問答術』

**問. 30**

図のような勾股闕(直角形)があり、勾は32寸、残股24寸、残弦45寸、闕斜13寸、のとき、中勾はいくらか。



**問. 30(解法)**

HF=x, AH=yとおく

$$169 = (32-y)^2 + (x-24)^2$$

$$45-x=z \text{ とおく}$$

$$(32-y)^2 + (45-z-24)^2 = 169$$

$$(45-24)^2 - 2(45-24)z + z^2 +$$

$$32^2 - 64y + y^2 = 169$$

$$441 - 42z + z^2 + 1024 - 64y + y^2 = 169$$

$$z^2 - 42z - 64y + y^2 + 1296 = 0 \quad \text{勾}^2 + (\text{弦} - \text{股})^2 = 2 \text{ 弦}(\text{弦} - \text{股})$$

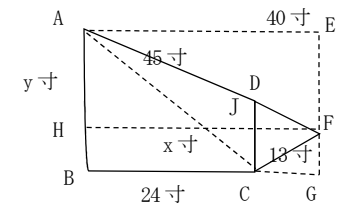
△AHDにおいてy^2+z^2=90zだから

$$48z - 64y + 1296 = 0$$

$$6z - 8y + 162 = 0$$

$$z = \frac{1}{6}(8y - 162)$$

問30解図



$$\frac{1}{36}(8y-162)^2 - 7(8y-162) - 64y + y^2 + 1296 = 0$$

$$100y^2 - 6912y + 113724 = 0 \quad 25y^2 - 1728y + 28431 = 0$$

$$y = \frac{864 \pm 189}{25} \quad y = 27, \quad y = 42.12 \text{ (和算は整数で考える)}$$

$$z = \frac{1}{6}(216 - 162) = 9, \quad x = 45 - 9 = 36 \quad CG = 36 - 24 = 12, \quad FG = 32 - 27 = 5$$

△AHF において  $27 : 36 = x : 12 \quad x = 9 \quad DC = \text{中勾} = 9 + 5 = 14 \text{ 寸となる。}$

答 中勾=14 寸,

**問.31**  
図のような勾股闕(直角形)があり、勾は12寸、残股18寸、残弦17寸、闕斜5寸、のとき、闕股はいくらか。

**問.31**(解法)

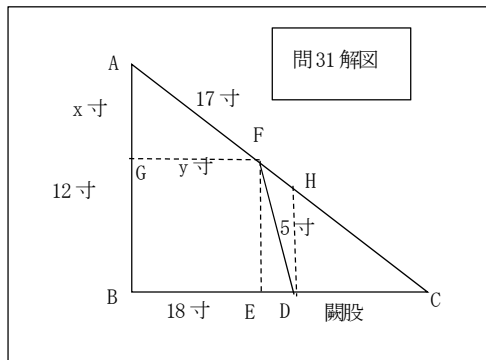
$$(12-x)^2 + (18-y)^2 = 25$$

$$x^2 - 24x + y^2 - 36y = -443$$

$$x^2 + y^2 = 289$$

$$24x + 36y = 732 \quad 2x + 3y = 61$$

$$x = \frac{1}{2}(61 - 3y)$$



$$(61-3y)^2 - 48(61-3y) + 4y^2 - 144y = -1772$$

$$9y^2 - 366y + 3721 + 144y - 2928 + 4y^2 - 144y = -1772$$

$$13y^2 - 366y + 2565 = 0$$

$$y = \frac{183 \pm 12}{13} \quad y = 15, \quad 13.153846 \text{ (整数をとるから捨てる)}$$

$$x = 8, \quad EC = z \text{ とおく } 12 : (15+z) = 4 : z \quad 12z = 60 + 4z$$

$z = 7.5$  だから  $DC = \text{闕股} = 7.5 - 3 = 4.5 \text{ 寸となる。}$

答 闕股=4.5 寸,

**問.32**  
図のような勾股闕(直角形)があり、残勾は2寸、残股8寸、弦13寸、闕弦5寸、のとき、闕勾股はいくらか。

**問.32**(解法)

$DE = x, \quad BG = y$  とおく

$$x^2 + y^2 = 25 \dots \dots \dots (1)$$

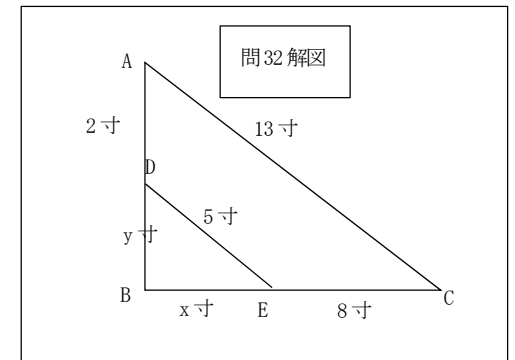
$$(x+8)^2 + (y+2)^2 = 169 \dots \dots (2)$$

(2)を展開して(1)を代入する

$$x^2 + 16x + y^2 + 4y = 101$$

$$16x + 4y = 76 \quad 4x + y = 19$$

$$x^2 + (19-4x)^2 = 25$$



$$17x^2 - 152x + 336 = 0$$

$$x = \frac{76 \pm 8}{17}$$

$x=4$ , 4.9411764 (整数のみ考える)  $x=$  闕股 4 寸  $y=$  闕勾 3 寸となる。

答 闕勾=3 寸, 闕股=4 寸,

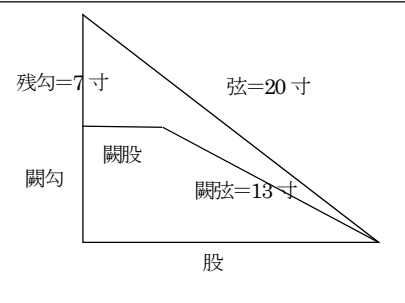
$$65x^2 - 664x = 1392$$

$$x = \frac{332 \pm 448}{65} \quad x=12, \text{ (負は不適)}$$

$y=$  闕勾 5 寸, 股  $= (12+4) = 16$  寸

答 闕勾=5 寸, 股=16 寸

**問.33**  
図のような勾股闕(直角形)があり、  
弦は 20 寸、残勾 7 寸、闕弦 13 寸、  
のとき、闕勾、股はいくらか。



**問.33**(解法)

$CE=x$ ,  $FE=y$  とおく

$$x^2 + y^2 = 169 \dots \dots (1)$$

$$(x+4)^2 + (y+7)^2 = 400 \dots \dots (2)$$

(2)を展開して(1)を代入する

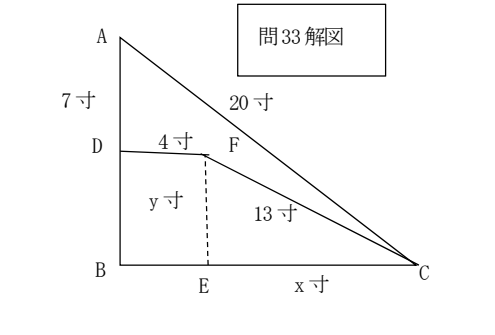
$$x^2 + 8x + y^2 + 14y = 335$$

$$8x + 14y = 166$$

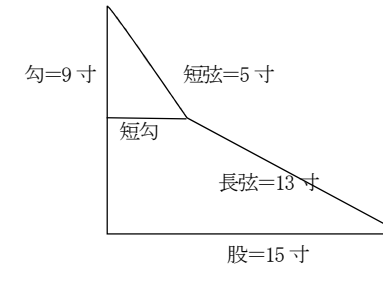
$$4x + 7y = 83$$

$$49x^2 + (83 - 4x)^2 = 8281$$

問33 解図



**問.34**  
図のような勾股闕(直角形)があり、  
勾は 9 寸、股 15 寸、長弦 13 寸、  
短弦 5 寸のとき、短勾はいくらか。



**問.34**(解法)

$DF=x$ ,  $EF=y$  とおく

$$x^2 + (9-y)^2 = 25 \dots \dots (1)$$

$$(15-x)^2 + y^2 = 169 \dots \dots (2)$$

(2)を展開して(1)を代入する

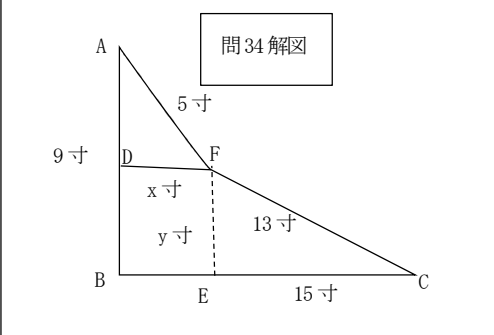
$$x^2 - 18x + y^2 = -56$$

$$x^2 - 30x + y^2 = -56$$

$$9y = -15x$$

$$81x^2 + (81 - 15x)^2 = 2025$$

問34 解図



$$17x^2 - 135x = -252 \quad x = \frac{135 \pm 33}{34} \quad x=3, 5.47058 \text{ (整数だけ扱う)}$$

x=短勾3寸

答 短勾=3寸

**問. 35**  
図のような半梯(台形)があり、左広は9寸、右広7寸、長弦13寸、短弦5寸、縦16寸のとき、中広はいくらか。

**問. 35**(解法)

DF=x, EF=y とおく

$$(9-x)^2 + y^2 = 169 \dots\dots (1)$$

$$(7-x)^2 + (16-y)^2 = 25 \dots\dots (2)$$

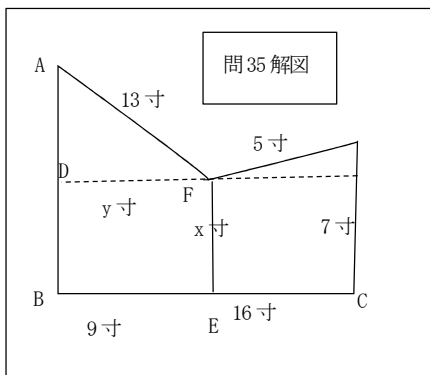
(2)を展開して(1)を代入する

$$x^2 - 18x + y^2 = 88$$

$$x^2 - 14x + y^2 - 32y = -280$$

$$4x - 32y = -368$$

$$x - 8y = -92 \quad (101 - 8y)^2 + y^2 = 169$$



$$65y^2 - 1616y = -10032$$

$$y = \frac{808 \pm 28}{65} \quad y=12, 12.8615 \text{ (整数のみ扱う)}$$

x=4寸

答 中勾=4寸

**問. 36**  
図のような双半梯(2つの台形)があり、横は9寸、上縦6寸、下縦15寸、長弦13寸、短弦5寸のとき、径はいくらか。

**問. 36**(解法)

EF=x, GC=y とおく

$$x^2 + y^2 = 25 \dots\dots (1)$$

$$(9-x)^2 + (9+y)^2 = 169 \dots\dots (2)$$

(2)を展開して(1)を代入する

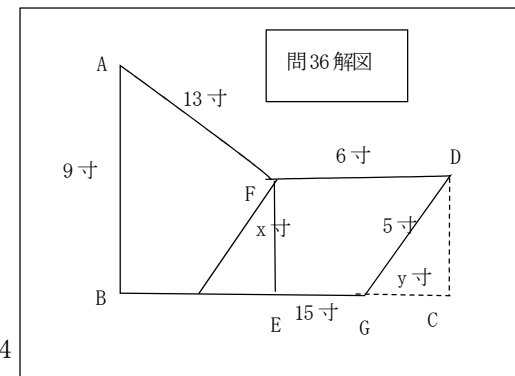
$$x^2 - 18x + 18y + y^2 = 7$$

$$-x + y = -1$$

$$x^2 + (x-1)^2 = 25 \quad x^2 - x = 12$$

$$(x+3)(x-4) = 0 \quad x = -3 \text{ (不適)}, 4$$

x=径4寸





答 径=4寸

**問. 37**  
 図のような長田(長方形)があり、  
 長は100間、平70間、曲線道を開き、  
 各積折半、三等分にすると、  
 各長平道はいくらか。

**問. 37(解法)**

EG=CD=x, GH=DF=y とおく  
 BC=EF=100-(x+y)=A  
 $100(70-y)=xy$   
 $y(100-(x+y))+y(100-(x+y))$   
 $2xy+100(70-y)=7000$   
 $2yA+2xy+100(70-y)=7000$   
 $2yA+100(70-y)+2xy=7000$

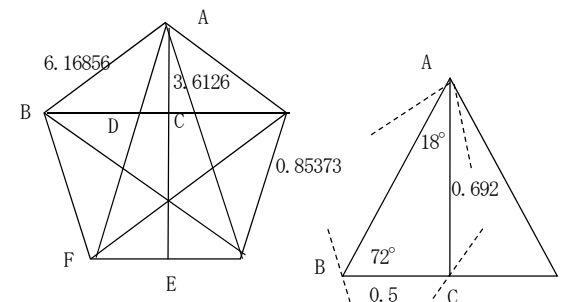
問37 解図

$2yA+7000-100y+2xy=7000$   
 $yA-50y+xy=0$   
 $A+x=50 \quad A+x+y=100$  だから  
 $y=50, \quad 100(70-50)=x \times 50 \quad x=40, \quad A=10$   
 AB=後平 20間、y=右長 50間、x=右平 40間、  
 $y=左長 50間、x=左平 40間、A=道広 10$   
 答 後平=20間、 右長=50間  
 右平=40間、 左長=50間  
 左平=40間、 道広=10間

**問. 38**  
 図のような星形があり、  
 斜は10寸、のとき、  
 正五角形の一辺はいくらか。

**問. 38(解法)**

△ABCにおいてAB=x とおくとBC=5 だから  $x : 0.85373 = 5 : 0.692$   
 $x=6.16856936$   
 $AC^2=AB^2-BC^2=38.05124794-25$   
 $=13.05124794$   
 $AE=3.612651095$   
 △Afe においてAF=10,  
 $FE=6.16856936 \div 2=3.08428468$   
 $AE^2=AF^2-EF^2$   
 $=100-9.525764982=90.4742341$



AE=9.511794473

X : 3.612651095 = 3.08428468 : 9.511794473

x = 1.171434522

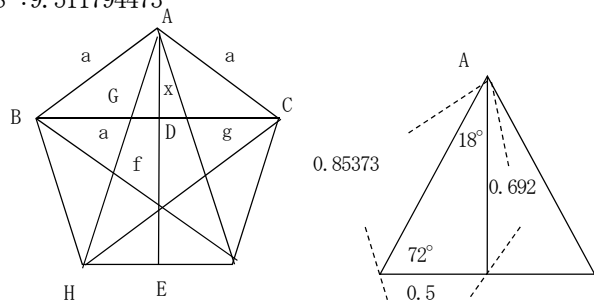
内正五角形の一辺

2x = 2.342869044

(注)

和算家は△ABC ∽ △ACD より

$$a : f = g : a \quad g = \frac{a^2}{f}$$



$$g = f - a = \frac{a^2}{f} \quad f^2 - fa - a^2 = 0$$

$$f = \frac{\sqrt{5}+1}{2}a \quad f = 1.618033988a$$

$$a = \frac{10}{1.618033988} = 6.18033989 \text{ を使い } x = \sqrt{6.18033989^2 - 25} = 3.632712643$$

FE = 6.16856936 ÷ 2 = 3.08428468

AE<sup>2</sup> = AF<sup>2</sup> - EF<sup>2</sup> = 100 - 9.525764982 = 90.4742341    AE = 9.511794473

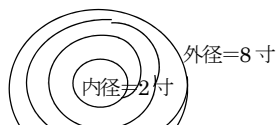
△AHE ∽ △AGD より

x : 3.612651095 = 3.08428468 : 9.511794473

x = 1.171434522 とする。

**問. 39**

図のような糸繞があり、内径は2寸、外径8寸、毎一周各1寸のとき、糸の長さはいくらか。



**問. 39(解法)**

8 ÷ 1 = 8 = n, a = 1 とすれば

$$\frac{\pi}{2} (2a + 2a + 3a + 4a + \dots + na + na) = \frac{\pi}{2} a \{1 + (1+2+3+\dots+n) + n\}$$

$$= \frac{\pi}{2} a \{1 + (\frac{n(n+1)}{2}) + n\} = \frac{\pi}{2} a (n+1) (1 + \frac{n}{2})$$

$$= \frac{\pi}{2} a \{1 + \frac{n(n+3)}{2}\}$$

= 70.685 寸となり、答はあわない。

(解法)

糸長さ1丈とあるが、参考1,2より1丈は誤りであろう。参考2となるであろう。

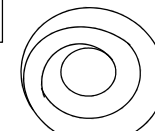
(参考)

『童介抄』江戸初期和算選書第7巻佐藤健一・北邑一恵校注、研正社p.45, 39 問.39 参考1

今図のこたく巻始の丸径五分にしてそのそも五分宛巻き明巻納て一尺二寸五分、糸の長さ何程問

答曰 糸長二丈七寸二分九リ

問. 39 参考1



これは

$a$ =隙間の長さ,  $n=\frac{\text{外径}}{a}$ とすれば

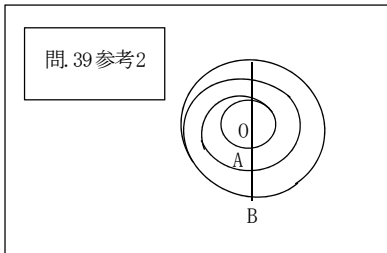
糸長さ $=\frac{\pi}{2}a\{1+\frac{n(n+3)}{2}\}$ を使っている

$n=12.5 \div 0.5=25, \frac{\pi}{2}=1.58 \quad (\pi=3.16)$

糸長さ=277.29 としている。

問39. 参考2『算聖関孝和の業績』p.238 では

ここでは



仮如有環内碗匝、只云虚径二寸、実径各三寸、每一匝罅一寸、問匝共匝長答曰、匝長八丈八寸三厘二七弱

$AB=a_1$ (実径) ,  $OA=a_2$ (虚径) 罅隙= $b$  とすると (解見題の公式)

外円の半径を  $a$  とすると 匝数 $=\frac{a}{b}$   $S=2\pi a \times \frac{a}{b}$  であり

匝長 $^2=a^2+\frac{S^2}{3}$ となり、 匝長を  $L$  とすると  $(L-2\pi a)^2=a^2+\frac{S^2}{3}$

$$\text{虚実共碗背}=\sqrt{\frac{4(a_1+a_2)^4 \pi^2}{3b^2}+(a_1+a_2)^2} \dots \dots \dots (1)$$

同様に

$$\text{虚碗背}=\sqrt{\frac{4a_2^4 \pi^2}{3b^2}+a_2^2} \dots \dots \dots (2)$$

ゆえに求める長さを  $L$  とすれば

$L=(1)-(2)+2(a_1+a^2)\pi$  としてあるが  $L=(1)-(2)+2(2a_1+a^2)\pi$  となるようである。

数値を代入すると

$a_1=3$  実径) ,  $a_2=1$  虚径) 罅隙= $b=1$  であるから

$$\text{虚実共碗背}=\sqrt{\frac{4(a_1+a_2)^4 \pi^2}{3b^2}+(a_1+a_2)^2}=\sqrt{\frac{4^5 \pi^2}{3}+16}=58.17923655$$

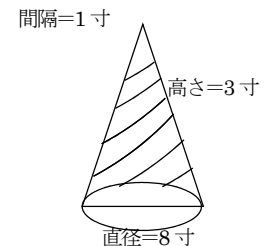
$$\text{虚碗背}=\sqrt{\frac{4a_2^4 \pi^2}{3b^2}+a_2^2}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{3}+1}=3.762906728$$

$$2(2a_1+a^2)\pi=31.41592$$

$58.17923655-3.762906728+31.41592=85.83225028$  となり、答 糸の長さ=1丈は誤りか。

**問. 40**

今円錐があり、直径8寸、高さ3寸の円錐に図のように糸がまかされている。糸の間隔が1寸の時糸の長さはいくらか。



問.40(解法)

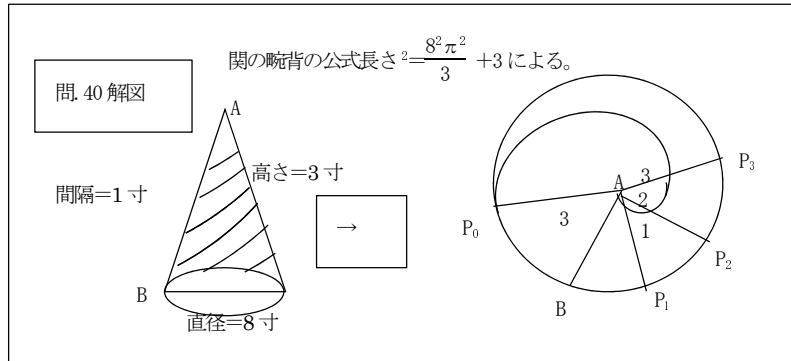
答 糸長 7尺2寸72406 強  
術

$$126025 (355^2) \times 8^2 + 38307 (3 \times 113^2) = 8103907$$

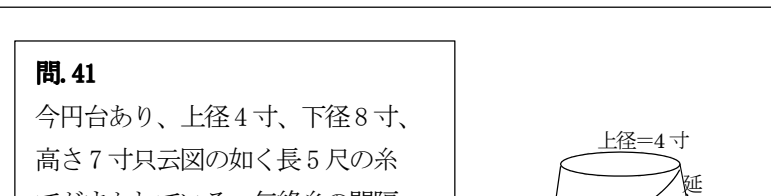
$$12 \times 113^2 = 153228 \quad \text{糸長} = \sqrt{8103907 \times 100 \div 153228} = 72.7240669$$

(解説)

$$\begin{aligned} \text{糸長} &= \frac{355}{113} \cdot 5 \sqrt{\frac{8^2}{3} + \left(\frac{113}{355}\right)^2}, \quad \pi = \frac{355}{113} \quad \text{糸長} = 72.724066909 \\ &= 5\pi \sqrt{\frac{8^2}{3} + \left(\frac{1}{\pi}\right)^2} = 72.72406076336938399 \end{aligned}$$



答 糸の長さ=7尺2寸72406 強



問.41(解法)

(術)

絡数=x とおく

$$(x \times \text{上径}^2)^2 \times 504100 + \text{上径}^2 \times \text{高さ}^2 \times 153228 + \text{上下差径}^2 \times \text{上径}^2 \times 38307 = 695635 \text{ (寄甲位)} \quad (\text{糸長} - \text{絡糸延数 } x)^2 \times \text{下上差}^2 \times 15328 \text{ (乙位)}$$

$$\{(\text{下径}^2 \times x)^2 \times 504100 + \text{下径}^2 \times \text{高さ}^2 \times 153228 + \text{上下差径}^2 \times \text{下径}^2 \times 38307 - (\text{甲} + \text{乙})\}^2 = \text{(左寄)}$$

4 × 寄甲位 × 寄乙位 - (左寄) = 0 の開方式三乗方翻開方で解く。

$$(x \times 4^2)^2 \times (4 \times 355^2 = 504100) + 4^2 \times 7^2 \times (12 \times 113^2 = 153228) + 4^2 \times 4^2 \times (3 \times 113^2 = 38307) = 1291383744 \times 154134144 \text{ (甲位)}$$

$$153228 \times 16 (50 - 2x)^2 = 153228 \times 16 (2500 - 200x + 4x^2) = 4746390528 \text{ (乙位)}$$

$$504100 \times 64x + 153228 \times 64 \times 49 + 38307 \times 16 \times 64 = - (4746390528 + 154134144 = 4900524672) \times 6037774272 \quad 616536576 \times 4673759238212616192 - 4592256384$$

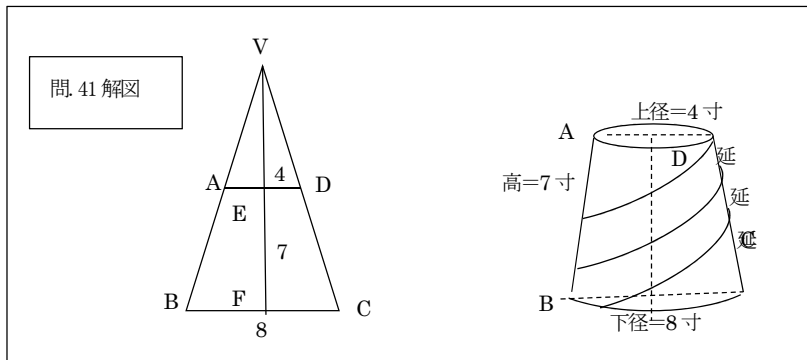
$$= 4283988096 \text{ (寄左)} \quad 18352554006669705216$$

$$4 \times 154134144 \times 4746390528 - (4283988096)^2$$

$$24196800 + 4328691 = 1532280000 - 367747200 + 22064832$$

$$1186597632 - 24015142060880707584 + 504100 \times 16x + 19683689 = 0$$

$$24517646282139107328$$



$VA = \sqrt{53}$  ,  $VB = 2\sqrt{53}$  これを絡糸延数で割り

虚繞遍数  $= \frac{1}{2}\sqrt{53}$  虚実共繞遍数  $= \sqrt{53}$

前問のように

$$\text{虚実共腕背} = \sqrt{\frac{4(a_1+a_2)^4\pi^2}{3b^2} + (a_1+a_2)^2} = \sqrt{\frac{4^5\pi^2}{3} + 16} = 58.17923655$$

$$\text{虚腕背} = \sqrt{\frac{4a_2^4\pi^2}{3b^2} + a_2^2} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{3} + 1} = 3.762906728$$

答 3 絡

**問. 42**  
 今方錐あり、方面 5 寸、高さわからず只云図の如く 3 段に等体積で截る。  
 左右横各いくらか。

**問. 42**(解法)

(術) 左右各横  $= x$  とおくと  $3x^2(15-2x) = 125$  を解けばよい  
 $x = 1$  寸 93481563 となる。

答 左右横各長さ  $= 1$  寸 93481563 弱

**問. 43**  
 今方台あり、上方 1 尺 8 寸、下方 2 尺 7 寸、高さわからず只云図の如く 3 段に等体積で截る。  
 上下左右中横各いくらか。

**問. 43**(解法)

(術)

上下左右中横  $= x$  とおく

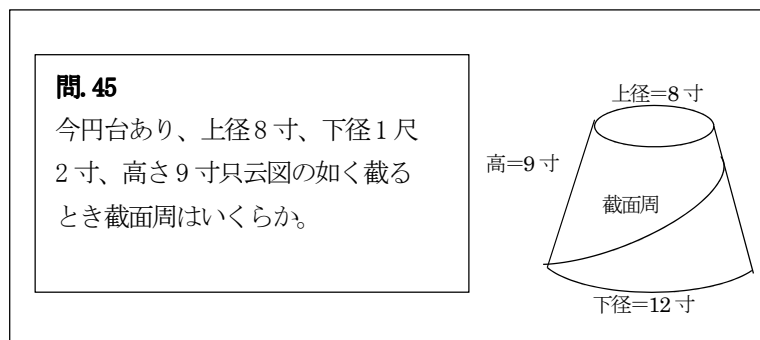
$$3 \times 3 \text{ 上下和} (上 - 2x) = 2(上^2 + 下^2 + 上下)$$

$$9 \times 45(18 - 2x) = 3078$$

$$x = 5.2 \text{ 寸}$$

答 上下左右中横各長さ  $= 5.2$  寸

問題 44(原本闕)



- 42 -

『闕疑抄一百問答術』

問. 45(解法)

答 截面周 3 尺 6 寸 80282 強

$$\left(\frac{\text{周}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{上径} + \text{下径}}{2}\right)^2 + \text{高}^2 + \frac{6 \text{上径} \text{下径}}{4} \quad (\text{『明治前日本の数学史』にある})$$

$$= 100 + 81 + 144 = 325$$

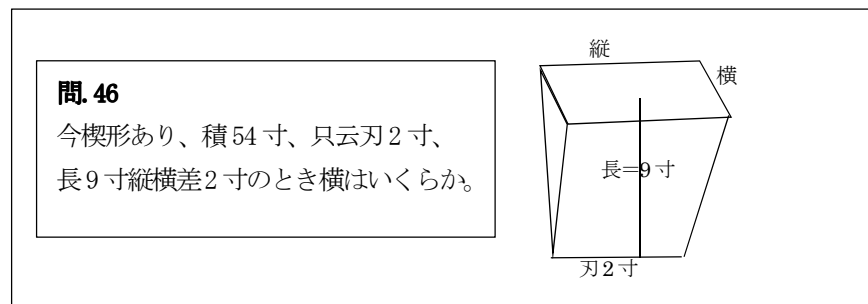
$$\text{周} = 2 \times 18.02775637 = 36.05551274 \quad \text{『大成算経続録勿憚改』問題 95. 参照}$$

$$\text{長径}^2 = \frac{1}{4}(\text{上径} + \text{下径})^2 + \text{高さ}^2 \quad \text{長径} = 13.45362404$$

$$\text{短径}^2 = \text{上径} \times \text{下径} \quad \text{短径} = 9.797958971$$

$$\text{截面周}^2 = \text{短径} \times \text{長径} \pi^2 + 4(\text{長径} - \text{短径})^2 \quad \text{截面周} = 33.80280831 \quad \text{と計算している。}$$

答 截面周=3 尺 6 寸 80282 強

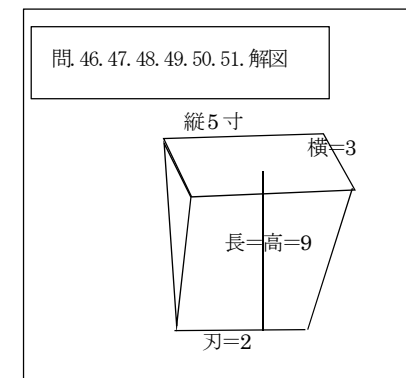


問. 46(解法)

(解法)

$$\text{体積} = \frac{(2 \text{縦} + \text{刃}) \text{横} \text{高}}{6}, \quad \text{横} = x$$

$$54 = \frac{(2x + 6) 9x}{6} \quad \text{『求積』問 33. 参照}$$



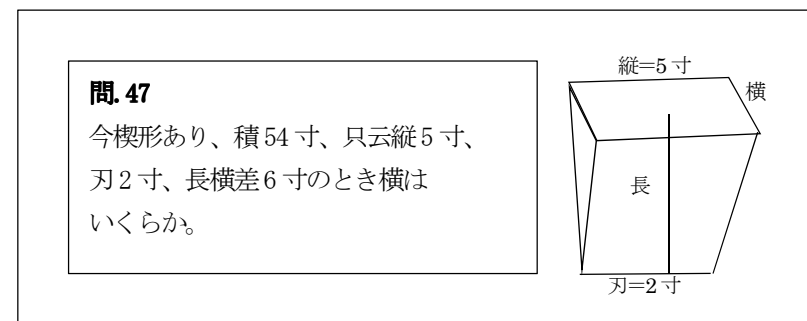
- 62 『闕疑抄一百問答術』解答編

$$x = 3 \text{ 寸}$$

答 横 3 寸

- 43 -

『闕疑抄一百問答術』

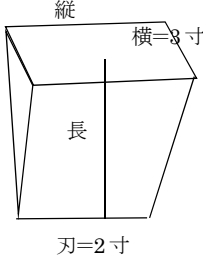


問. 47(解法)

$$54 = \frac{12 \times \text{横}(6 + \text{横})}{6} \quad \text{横} 3 \text{ 寸},$$

答 横=3 寸

**問. 48**  
今楔形あり、積 54 寸、只云横 3 寸、  
刃 2 寸、縦長横差 4 寸のとき縦はいくら



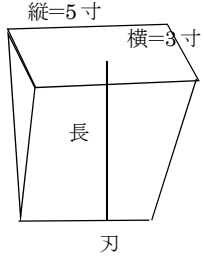
縦  
横=3 寸  
長  
刃=2 寸

問. 48(解法)

$$54 = \frac{(2\text{縦}+2)3 \times (\text{縦}+4)}{6} \quad \text{縦} 5 \text{ 寸},$$

答 縦=5 寸

**問. 49**  
今楔形あり、積 54 寸、只云横 3 寸、  
縦 5 寸、長刃差 7 寸のとき刃は  
いくらか。



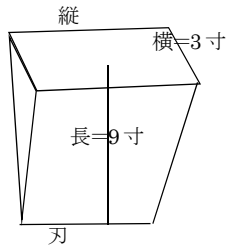
縦=5 寸  
横=3 寸  
長  
刃

問. 49(解法)

$$54 = \frac{(10 + \text{刃})3 \times (7 + \text{刃})}{6} \quad \text{刃} 2 \text{ 寸},$$

答 刃=2 寸

**問. 50**  
今楔形あり、積 54 寸、只云横 3 寸、  
長 9 寸、縦刃差 3 寸のとき刃はいくらか。



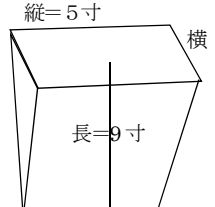
縦  
横=3 寸  
長=9 寸  
刃

問. 50(解法)

$$54 = \frac{\{2(3 + \text{刃}) + \text{刃}\}3 \times 9}{6} \quad \text{刃} 2 \text{ 寸},$$

答 刃=2 寸

**問. 51**  
今楔形あり、積 54 寸、只云縦 5 寸、  
長 9 寸、刃横差 12 寸のとき刃はいくらか。



縦=5 寸  
横  
長=9 寸

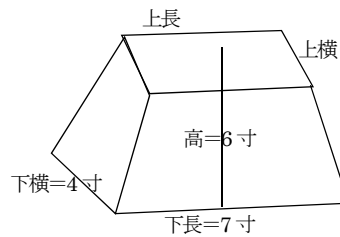
問. 51(解法)

$$54 = \frac{(10 + \text{刃})9 \times (1 + \text{刃})}{6}$$

答 刃2寸,

問. 52

今直台形あり、積 127 寸、只云下長 7 寸、高さ 6 寸、下横 4 寸上長が上横より 2 寸長いとき上横はいくらか。



- 46 -

『闕疑抄一百問答術』

問. 52(解法)

$$\text{(解法) 直台形} = \{ \text{上横} \cdot \text{上長} + \text{下横} \cdot \text{下長} + \frac{1}{2}(\text{上横} \cdot \text{下長} + \text{上長} \cdot \text{下横}) \} \frac{\text{高}}{3}$$

上横=x とおく

$$127 = \{ x(x+2) + 4 \cdot 7 + \frac{1}{2}(7x+5 \cdot 4) \} 2$$

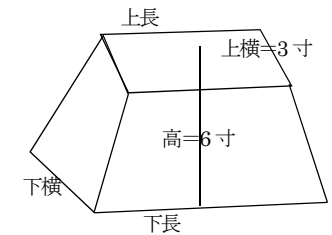
$$(2x+17)(x-3) = 0 \quad x=3$$

『求積』問 32. 参照

答 上横=3寸

問. 53

今直台形あり、積 127 寸、只云上横 3 寸、下横 4 寸高さ 6 寸、下長が上長より 2 寸長いとき上長はいくらか。



問. 53(解法)

$$127 = \{ 3 \times \text{上長} + 4(\text{上長} + 2) + \frac{1}{2}(3(\text{上長} + 4) \text{上長}) \} 2$$

上長 5 寸

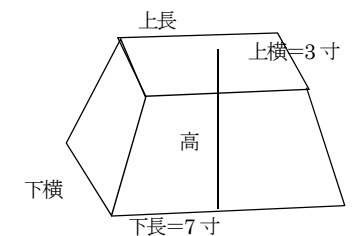
答 上長=5寸

- 47 -

『闕疑抄一百問答術』

問. 54

今直台形あり、積 127 寸、只云上横 3 寸、下長 7 寸、上長が下横より 1 寸長いとき下横はいくらか。



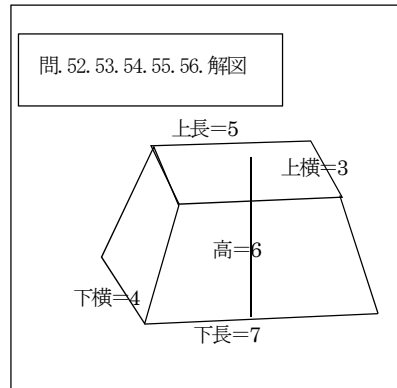


**問. 54**(解法)

$$127 = \{3(\text{下横}+1) + 7 \text{下横} + \frac{1}{2}(3 \times 7 + \text{下横}(\text{下横}+1))\}2$$

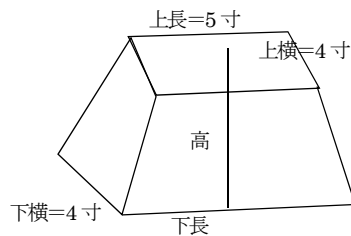
下横 4寸

答 下横=4寸



**問. 55**

今直台形あり、積 127 寸、只云上長 5 寸、下横 4 寸、上横 3 寸下長が高より 1 寸長いとき高はいくらか。



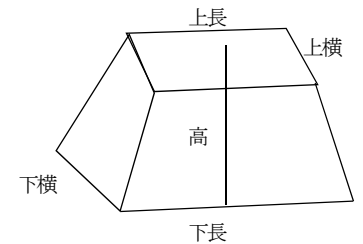
**問. 55**(解法)

高さ=h とすると

$$127 = \{15 + 4(h+1) + \frac{1}{2}(3 \times (h+1) + 5 \times 4)\} \frac{h}{3} \text{より } h=6$$

答 高さ=6寸

**問. 56** 今直台形あり、積 127 寸、只云下横が上横より 1 寸長く、下長 3 寸多い、高さは下長差 1 寸、上長より 1 寸長いとき上横はいくらか。



**問. 56**(解法)

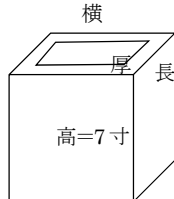
上横=x, 上長=高-1=x+2, 下長=高+1, 下横=x+1, 下長=下横+3=x+4, 高=下長-1=x+3

$$127 = [x(x+2) + (x+1)(x+4) + \frac{1}{2}\{x(x+4) + (x+2)(x+1)\}] \frac{x+3}{3} \text{より}$$

x=上横=3

答 上横=3 寸

**問. 57**  
今箱あり、蓋はなく 5 方板積 551 寸、  
只云内長が 1 尺 5 寸、内横 9 寸、  
高さは 7 寸、



**問. 57(解法)**

板の厚さ=x とおく、外側の板の体積の和=551 寸だから

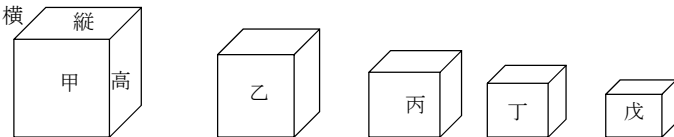
$$9 \times 7 \times 2 + 2 \times 7(15 + 2x) + (15 + 2x)(9 + 2x) = 551$$

$$4x^2 + 76x - 551 + 126 + 210 + 135 = 0$$

$$x^2 + 19x - 20 = 0 \quad (x-1)(x+20) = 0 \quad x=1, x=-20(\text{不適})$$

答 厚さ=1 寸

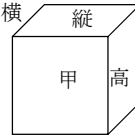
**問. 58**  
甲乙丙丁戊の直堡体(長方体)がある。全部の体積 136808 寸 04 分、只云戊縦横差 5 寸、従って縦高さは縦の外 2 割増し、丁の横は戊横より 2 寸多い、縦横差 5 寸、従って縦高さは内内 2 割増し、丙の横は丁横の外より外 3 割増し、縦は外従って外 2 割増し、高さは丁高さの内 2 倍 5 割増し、乙縦横は丙縦横の 21 倍、高さは丙高さの半分、甲の横は乙横より 5 寸多い、縦は乙縦より 7 寸多い、高さは乙高さに

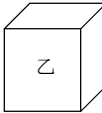



**問. 58(解法)**


問 58 解図


和算では縦横が逆になる。











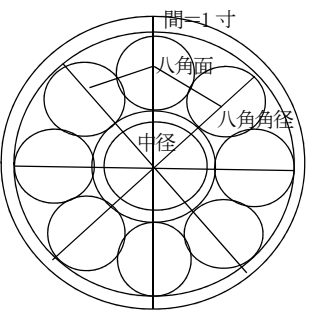
甲 横=18, 縦=31 高=12.5, 体積=6975	乙 横=13, 縦=24 高=12.5, 体積=3900	丙 横=6.5, 縦=12 高=25, 体積=1950
丁 横=5, 縦=10 高=12.5, 体積=625	戊 横=3, 縦=8 高=9.6, 体積=230.4	全体の体積 甲+乙+丙+丁+戊 =13680.4

戊横=x とおく

1.  $2x(x+5)^2 + 1.25(x+2)(x+7)^2 + 3.9(x+2)(x+7)^2 + 7.8(x+2)(x+7)^2$   
 $+ 5(x+7)(1.56x^2 + 21.59x + 60.69) = 13680.4$  だからまとめて整理すると  
 $21.95x^3 + 381.75x^2 + 2086.25x + 3393.25 = 13680.4$   $x=3$  答 戊横=3 寸  
 (参考) 戊積=230.4, 丁積=625, 丙積=1950, 乙積=3900, 甲積=6975,  
 計=13680.4 となる。

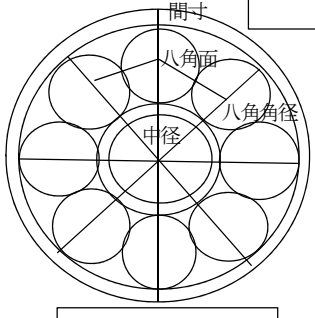
**問 59**(原本闕)

**問. 60**  
 今図の如く、大円の中に中円 1 個、小円 8 個がある。只云大円径 1 尺、円と円の間 1 寸、のとき小円径はいくらか。

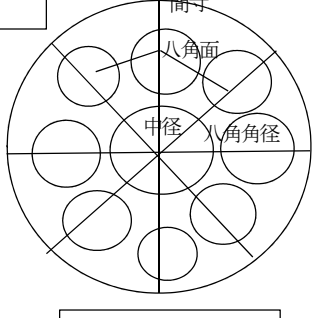


**問. 60**(解法)

問. 60 解図



『関孝和全集』の図



『算法闕疑抄』の図

『関孝和全集』の術文は八角形の一辺は(1+小円径)としている。

正八角形の一辺を a, 角径を y とすると

$a^4 - 4a^2y^2 + 2y^4 = 0$  で示されることは『括要算法』巻利で示されている。

$a^2 = y^2(2 - \sqrt{2})$  だから  $a = 0.765366864y$  と近似計算をする。

今  $y = 4.5 - \frac{a}{2}$  (半径が 5 で円と円の間は 1 寸だから  $\frac{a-1}{2}$  を引く)

$a = 0.765366864(4.5 - \frac{a}{2})$  となり、 $a = 2.490917883$  となる。

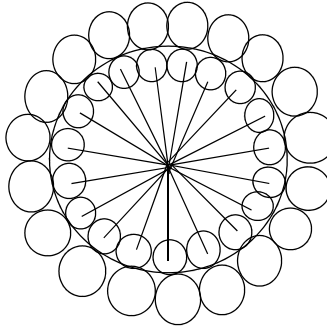
一辺  $a = 1 + \text{小円径}$  だから小円径 = 1.490917883 寸となる。

- 64 -

『闕疑抄一百問答術』解答編

答 小円径=1 寸 4 分 9092

**問. 61**  
 今図の如く、大円の内外に中小円 19 個。只云大円径 1 尺、中小円径はいくらか。



**問. 61**(解法)

答小円径 1 寸 4 分 1 厘 3 毛 3209 強

小円径=x とおく

$$(5 - \frac{x}{2}) \sin(\frac{360}{38})^\circ = \frac{x}{2} \quad 0.16459459(5 - \frac{x}{2}) = \frac{x}{2} \quad x = 1.413320922$$

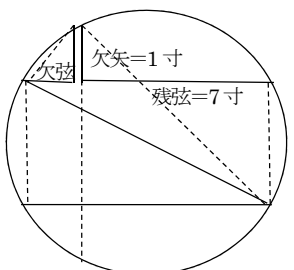
答 小円径=1 寸 4 分 1 厘 3209 強

問. 62. 63. 64. 65. 66 (原本闕)

- 53 -

『闕疑抄一百問答術』

**問. 67**  
 今図の弧闕あり、只云満径1尺、  
 欠矢1寸、のとき残弦7寸のと  
 き欠弦はいくらか。



問. 67 (解法)

欠弦=x とおく

欠弦×残弦=欠矢×子

$7x=1$  子

$(7+x)^2 + 丑^2 = 100$

丑=7-1=6

$x^2 + 14x - 15 = 0$

$(x-1)(x+15) = 0$

$x=1, -15$  (不適)

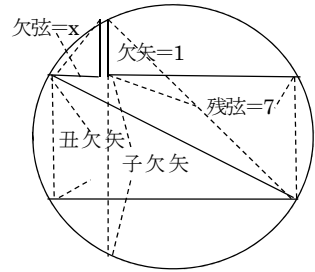
(注)

欠矢と欠弦の間は計算していない

ようである。

答 欠弦=1寸

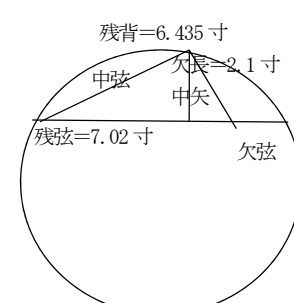
問. 67 解図



- 54 -

『闕疑抄一百問答術』

**問. 68**  
 今図の弧闕あり、只云円径1尺、  
 残背6寸4分35、残弦7寸02厘、  
 欠長2寸1分のとき中矢はいく  
 らか。



問. 68 (解法)

図のように中矢=x, 欠弦=y とおく、  
 術では中弦を正しく6寸とほぼ正確に  
 求めている。級数で求めていると思うが

弦=径  $\sin \frac{\text{背}}{\text{径}}$  で求めると弦=10sin0.6435

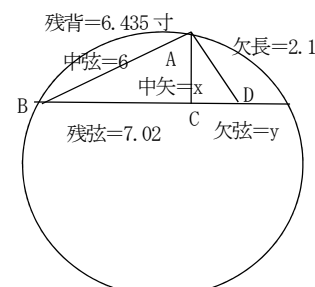
で求めると弦=6(これだけ正確  
 には級数では求めるのは大変である)

△ABC と △ACD で

$6^2 = x^2 + (7.02 - y)^2$  と  $2.1^2 = x^2 + y^2$

$y=1.26, x=1.68$  が得られる。

問. 68 解図



答 中矢=1寸6分8厘

**問. 69**  
 今図の弧闕あり、只云円径1尺、  
 残背6寸4分35、残弦4寸5分、  
 欠長1寸1分、このとき欠弦はい  
 くらか。

**問. 69(解法)**

問. 69 解図

数値が上のような△ABCは成り立たない

『闕疑抄』では惣弦=ADとなつて  
 いるが、問題の数値は違う

(解法と術)

別に問68のようにして中弦6寸を求める。

欠弦=xとおく、 $(x+4.5) = \text{惣弦}$   $100 - (x+4.5)^2 = \text{離徑}^2 = \text{甲位}$

$(\text{中弦}6)^2 - \{(\text{残弦}4.5)^2 + (\text{欠長}1.1)^2\} = 14.54 = (\text{残弦}4.5) (2\text{辰})$  (双股の術)

辰=1.615555となるが欠長=1.1で成り立たない。  $14.54^2 = 211.4116 = \text{乙位}$

$2(\text{中弦}6)^2(\text{残弦}4.5) = 324 = (\text{中弦}6) \text{子}4 \text{丑} = \text{丙位}$

$\{(\text{中弦}6)^2 + (\text{残弦}4.5)^2\} - (\text{欠弦}1.1)^2 = 55.04 = (\text{中弦}6) \text{子}4 \text{卯} = 116.32$

子=4.586666  $55.04 \times \text{惣弦} - (\text{丙位}324) = (\text{中弦}6) \text{子}4 \text{卯} = 116.32$

= (中弦6)寅2離徑 ,

$\{(\text{中弦}6) \text{寅}2 \text{離徑}\}^2 = (\text{残弦}4.5)^2 \text{欠矢}^2 \text{離徑}^2 = \text{左寄}$

13530.3424

$\{4\{(\text{欠長}1.1)(\text{残弦}4.5)\}^2 - \text{乙位}\} \text{甲位} = 83.37 \times \text{甲}$

3528.36

$100 - (x+4.5)^2 = \text{離徑}^2 = -(x^2+9x-79.75)$

$x^2+9x-79.75=36$   $x^2+9x-43.75=0$ を解いて3.5と-12.5(不適)

としているようだが題意が間違っているように思われる。

もし $(x+4.5) = \text{惣弦}$ であれば惣弦=8を求めればすぐに求められる

答 欠弦=3寸5分

**問 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 78. 79. 80.**

**81. 82. 83. 84.**

(原本闕)

**問. 85**  
 今図の帯堡円(半球円と円柱)あり、  
 積120寸、只云長径1尺、  
 このとき短径はいくらか。

**問. 85**(解法)

短径をDとすれば

$$\frac{D^2 \pi (10-D)}{4} + \frac{D^3 \pi}{6} = 120$$

$$D^2 \pi (30-D) = 1440 \quad D^3 \pi - 30 \pi D^2 + 1440 = 0$$

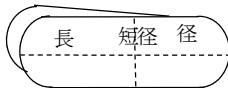
D=4. 21632306 となる。

これは現代では解法が難しいが算木で解いたと思われる。

答 短径=4寸2分1厘6毛32306

**問. 86**

今図の帯堡円(半円と直線)毬一隻あり、実積 156 寸、只云長径短径差 6 寸、このとき短径はいくらか。



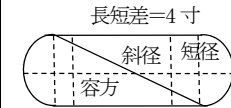
**問. 86**(解法)

答 短径

**問. 87. 88**(原本闕)

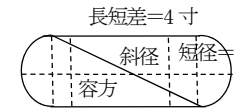
**問. 89**

今図の帯堡円(半円と直線)あり、只云図の如く斜径 1 尺 1 寸、長径短径差 4 寸、このとき短径はいくらか。



**問. 89**(解法)

問. 89 解図



容方=正方形



$$\text{一辺の長さ} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

短径=x とおく容方の一辺の長さ =  $\frac{x}{\sqrt{2}}$  だから

$$11^2 - (4 + \frac{x}{\sqrt{2}})^2 = (\frac{x}{\sqrt{2}})^2 \text{ より } x^2 + 4\sqrt{2}x - 105 = 0$$

$$x^2 - 105 = 4\sqrt{2}x \text{ 両辺を平方して } x^4 - 242x^2 + 11025 = 0$$

$$x^2 = 121 - \sqrt{3616} \quad x = 7.801718688 \text{ となる。}$$

術文は

斜径<sup>2</sup> - (長短差<sup>2</sup> + x<sup>2</sup>) = √2x 長短差を両辺平方している。

術

短径=x とおく斜径=11, 長短径差=4,

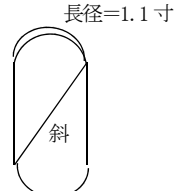
{斜径<sup>2</sup> - (x<sup>2</sup> + 長短差<sup>2</sup>)}<sup>2</sup> = 2x<sup>2</sup> 長短差<sup>2</sup> より {121 - (x<sup>2</sup> + 16<sup>2</sup>)}<sup>2</sup> = 32x<sup>2</sup>

x<sup>2</sup> = 121 - 60.13318551 x = 7.801718688・・・となる。

答 短径=7寸8分017187弱

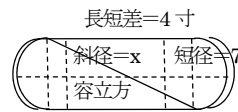
**問.90**

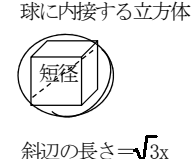
今図の帯堡円(半円と直線)あり、  
只云短径7寸、長径1尺1寸この  
とき斜はいくらか。



問.90(解法)

問.90 解図





斜を x とすると,

$$x = \sqrt{\left(4 + \frac{7}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{875.9845} \div 3 = 29.59703532 \div 3$$

=9.86567844

$$\text{術文は } \left(\frac{\text{短径}}{\sqrt{3}} + \text{長短差}\right)^2 + 2\left(\frac{\text{短径}}{\sqrt{3}}\right)^2 = x^2$$

展開すると x<sup>2</sup> - (短径<sup>2</sup> + 長短差<sup>2</sup>) = 2  $\frac{\text{短径} \cdot \text{長短差}}{\sqrt{3}}$  の両辺を平方している。

術

斜を x とすると, 長径=11, 短径=7, 長短径差=4,

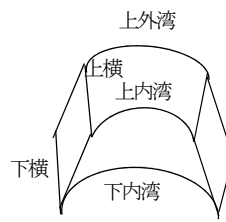
$$3\{x^2 - (\text{短径}^2 + \text{長短差}^2)\}^2 = 4 \times \text{短径}^2 \times \text{長短差}^2 \quad 3(x^2 - 65)^2 = 3136$$

x = 9.8656786412

答 斜=9寸8分6567864

**問.91**

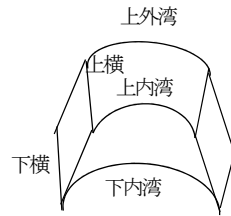
今図の帯堡円(半円と直線)と田一段あり、  
長径12歩、短径9歩、  
只云周穿深さ2歩の池、中築半帯堡円  
このとき築広の長さはいくらか。



問92 問題の題意はつきりしない。

問. 93.

今図のような扇紙台があり、積 392 寸、  
只云下外湾と下内湾は 4 割減、下横は  
下外湾の 12 分の 1、高は下内湾の  
10 分の 1、別に上外湾と下内湾は等しい。  
このとき下外湾はいくらか。



問. 93 (解法)

術

下外湾 = x とすると解図のようになる。

題意より台積 = 392, 上外湾 = 0.6x,

上内湾 = 0.36x, 下外湾 = x, 下内湾 = 0.6x,

高さ = 0.06x を下の式に代入する。

$$2(\text{上外湾} + \text{上内湾}) + (\text{下外湾} + \text{下内湾})$$

$$= 3.52x \dots \dots \dots (\text{甲})$$

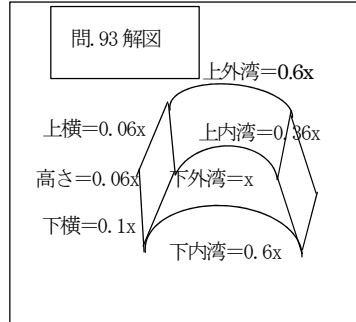
$$(\text{上外湾} + \text{上内湾}) + 2(\text{下外湾} + \text{下内湾}) = 4.16x \dots \dots \dots (\text{乙})$$

$$\text{甲} \times \text{上横} = 0.2112x^2 \dots \dots \dots (\text{丙}), \text{乙} \times \text{下横} + \text{丙} = 0.6272x^2 \dots \dots \dots (\text{丁})$$

$$\text{丁} \times \text{高さ} = 0.037632x^3 \quad 0.037632x^3 = 12 \times \text{台積} \quad x = \text{下外湾} = 50 \text{ 寸}$$

答 下外湾 = 5 尺

問 94. (原本闕)



問. 95

今方円錐器あり、只云円器 7 次、器錐 1 次、升数は余り、方器 12 次升数は 3 合。又方器 5 次、錐器 3 次、升数と円器 8 次、升数は適當、又円器 4 次、方器 9 次、升数は不足、錐器 22 次、升数は 3 合、問各升数はいくらか。

問. 95 (解法)

円器を x 合、器錐を y 合、方器を z 合とする。題意より (2) (3) の z は 1 個増える。

$$\begin{cases} 7x + 11y - 12z = 3 \dots \dots \dots (1) \\ -8x + 3y + 5z = 0 \dots \dots \dots (2) \\ 4x - 22y + 9z = -3 \dots \dots \dots (3) \end{cases}$$

$$(1) \times 5 + (2) \times 12 \text{ と } (2) \times 9 - (3) \times 5$$

$$\begin{cases} -61x + 91y = 15 \dots \dots \dots (4) \\ -92x + 137y = 15 \dots \dots \dots (5) \end{cases}$$

$$(4) \times 92 - (5) \times 61$$

x = 46, y = 31, z = 55 を得る。

答 円器 4 升 6 合、錐器 3 升 1 合、方器 5 升 5 合となる。

問. 96

今甲銀 96 銭、乙銀 60 銭、丙銀 40 銭、支払 19 人只云甲 1 人に支払う銀は乙 1 人に支払う銀は外 2 割減、乙 1 人に支払う銀は丙 1 人に支払う銀は内 2 割減、甲の支払う銀はいくらか。



問.96(解法)

$$\text{甲が一人あたりに支払う銀} = \frac{\text{甲} \times 0.8 + \text{乙} \times 1.2 \times 0.8 + \text{丙} \times 1.2}{\text{人数} \times 0.8}$$

$$= \frac{76.8 + 57.6 + 48}{15.2} = 12 \text{ 銭}$$

$$\text{乙が一人あたりに支払う銀} = \frac{182.4}{\text{人}19 \times 0.96} = 10 \text{ 銭}$$

$$\text{丙が一人あたりに支払う銀} = \frac{182.4}{\text{人数} \times 1.2} = 8 \text{ 銭}$$

甲銀 96 銭、一人あたり 12 銭、8 名、乙銀 60 銭、一人あたり 10 銭、6 名

丙銀 40 銭、一人あたり 8 銭、5 名

答 甲 1 人に支払う銀 12 銭

甲銀 96 銭、乙銀 60 銭、丙銀 40 銭、支給 19 名

問.97

今上米 18 石、中米 28 石、下米 54 石、支払人 22 人只云、中 1 人に支払う米は、下 1 人に支払う米より 2 石少なく、下 1 人に支払う米は上 1 人の米より 3 石多い、問上 1 人に支払う米はいくらか。

問.97(解法)

上米 1 人に支払う米  $x$  石とすると中米 1 人に支払う米  $(x+1)$  石、下米 1 人に支払う米  $(x+3)$  石だから

$$\frac{18}{x} + \frac{28}{x+1} + \frac{54}{x+3} = 22 \text{ を } 2 \text{ で割って分母を払うと}$$

$$9(x+1)(x+3) + 14x(x+3) + 27x(x+1) = 11x(x+1)(x+3)$$

$$9(x^2+4x+3) + 14(x^2+3x) + 27(x^2+x) = 11(x^3+4x^2+3x)$$

$$11x^3 - 6x^2 - 72x + 27 = 0 \quad (x-3)(11x^2+27x+9) = 0 \text{ となり } x=3$$

(別解)

上米一人あたりを  $x$  石、人数を  $y$  人とする

$$xy = 18, \quad (x+1)(y+1) = 28, \quad (x+3)(y+3) = 28, \quad y + (y+1) + (y+3) = 22$$

$$3y = 18 \text{ より } y=6, x=3 \text{ となる。から上 1 人に支払う米 } 3 \text{ 石}$$

(参考) 上米 18 石、一人あたり 3 石、6 名、中米 28 石、一人あたり 4 石、7 名

下米 54 石、一人あたり 6 石、9 名

答 上一人に払う米=3 石

問.98

今上絲 8 升、下絲 13 升、共に銀 1 貫 210 銭、只云下絲升值は上絲の升值より 20 銭少ない。

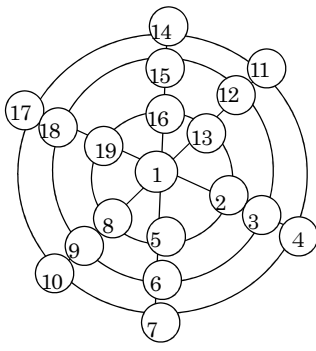
このとき上絲はいくらか

問.98(解法)

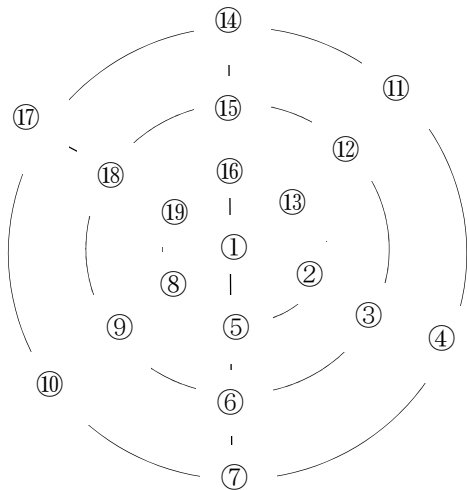
$$\text{上絲} = x, \text{ 下絲} = y \text{ とおく } 8x + 13y = 1210, \quad x = y + 20 \quad x = 70, y = 50$$

答 上絲=升值銀 70 銭

**問.99**  
左図のような円攢がある。1 径中心  
1、64 個得る。  
この時径周は何個か



問.99(解法)



答 3 径 3 周

問.100

19 方陣を答えなさい。

問.100(解法)

$$19 \times 19 = 361 (1 \sim 361)$$

2	3	4	5	6	7	8	9	18	343	342	341	340	339	338	337	336	335	326
361	38	39	40	41	42	43	44	52	309	308	307	306	305	304	303	302	294	1
352	325	70	71	72	73	74	75	82	279	278	277	276	275	274	273	266	37	10
351	317	293	98	99	100	101	102	108	253	252	251	250	249	248	242	69	45	11
350	316	286	265	122	123	124	125	130	231	230	229	228	227	222	97	76	46	12
349	315	285	259	241	142	143	144	148	213	212	211	210	206	121	103	77	47	13
348	314	284	258	236	221	158	159	162	199	198	197	194	141	126	104	78	48	14
347	313	283	257	235	217	205	170	172	189	188	186	157	145	127	105	79	49	15
346	312	282	256	234	216	202	193	178	183	182	169	160	146	128	106	80	50	16
345	311	281	255	233	215	201	191	185	181	177	171	161	147	129	107	81	51	17
28	61	90	115	136	153	166	175	180	179	184	187	196	209	226	247	272	301	334
29	62	91	116	137	154	167	176	190	173	174	192	193	208	223	246	271	300	333
30	63	92	117	138	155	168	203	220	163	164	165	204	207	224	245	270	299	332

縦が 13 しかありません。どこにも見当たりません。

[hy1]

[hy2]