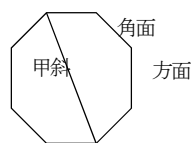
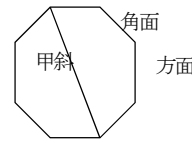


問1. 正方形の4面を切り八角形とする。回りは24寸、甲斜8寸とすると、角一辺の長さはいくらか。



問2. 正方形の4面を切り八角形とする。方面は8寸、甲斜と角面の和は14寸とすると、角一辺の長さはいくらか



問1. (解法)

角面を x 、方面を y とすると

$$4y = 24 - 4x \quad y = 6 - x$$

従って底辺が $6 - x$ 、高さは角面を x とすると $6 + (\sqrt{2} - 1)x$ になり、左のような直角三角形になる

$$64 = \{6 + (\sqrt{2} - 1)x\}^2 + (6 - x)^2$$

$\sqrt{2} = 1.414213562$ として計算すると

$$1.17157284x^2 - 7.02943726x + 8 = 0$$

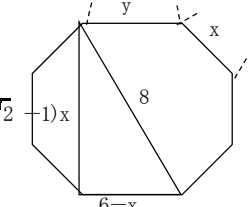
$$x = \frac{3.51471863 - \sqrt{2.98066432}}{1.17157284}$$

$= 1.52637$ となる。

答 角面の長さ1寸5分2厘6毛374強

問.1 解

角面= x 、方面= y とおく



問2. (解法)

角面を x 、甲斜を y とすると

$$x + y = 14 \quad y = 8 + x$$

従って底辺が8、高さは角面を x とすると $8 + \sqrt{2}x$ になり、左のような直角三角形になる

$$(14 - x)^2 = 64 + (8 + \sqrt{2}x)^2$$

$\sqrt{2} = 1.414213562$ として計算すると

$$196 - 28x + x^2 = 128 + 22.62741699x + 2x^2$$

$$x^2 + 50.62741699x - 68 = 0$$

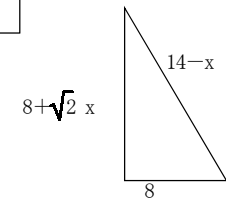
$$x = -25.31370849 + \sqrt{708.7838375}$$

$= 1.30928603$ となる。

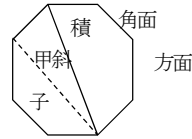
答 角面の長さ1寸09毛286微強

問.2 解図

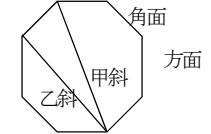
方面= x 、甲斜= y とおく



問.3 正方形の4面を切り八角形とする。積50寸、只云甲斜9寸のとき角面、方面の一辺の長さはいくか。



問.4 正方形の4面を切り八角形とする。乙斜8寸、只云甲斜と方面の和13寸のとき角面の一辺の長さはいくか。



問.3(解法)

角面を x 、方面を y とすると

$$(y + \sqrt{2}x)^2 - x^2 = 50 \dots (1)$$

$$(y + \sqrt{2}x)^2 + y^2 = 81 \dots (2)$$

$$(2) - (1)$$

$$y^2 + x^2 = 31 \dots (3)$$

$$(1) \times 2 - (2)$$

$$y = \frac{19\sqrt{2}}{4x} \dots (4)$$

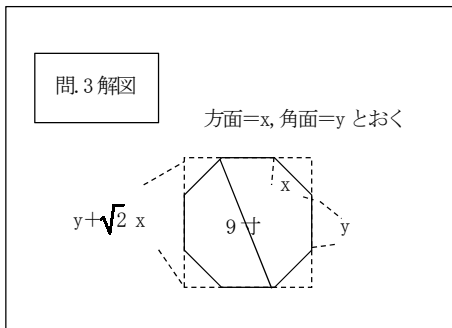
(4) を (3) に代入すると

$$16x^4 - 496x^2 + 722 = 0 \quad 8x^4 - 248x^2 + 361 = 0$$

$$x^2 = \frac{124 - \sqrt{12488}}{8} = 1.531284962$$

$$x = 1.237450993$$

答 角面の長さ1寸2分3厘7毛451微弱



問.4(解法)

角面を x 、方面を y とすると

$$(y + \frac{x}{\sqrt{2}})\sqrt{2} = 8 \dots (1)$$

$$(y + \sqrt{2}x)^2 + y^2 = \text{甲}^2 \dots (2)$$

$$(1) \text{より } x = 8 - \sqrt{2}y \dots (3)$$

甲 = 13 - y だから (2) は

$$169 - 26y + y^2 = y^2 + y^2 + 2\sqrt{2}xy + 2x^2 \quad (3) \text{を代入して}$$

$$169 - 26y = y^2 + 2\sqrt{2}y(8 - \sqrt{2}y) + 2(8 - \sqrt{2}y)^2$$

$$y^2 - y(16\sqrt{2} - 26) - 41 = 0 \quad \sqrt{2} = 1.414213562 \text{として計算すると}$$

$$y^2 + 3.37258301y - 41 = 0$$

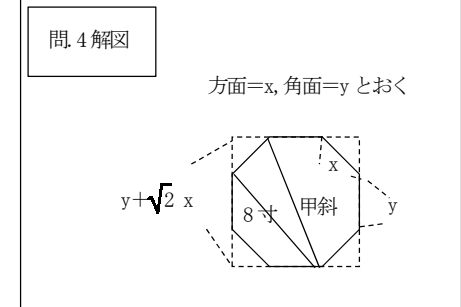
$$y = 4.935156903$$

(3) に代入して

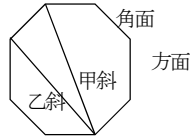
$$x = 8 - 6.979365822$$

$$= 1.020634178 \text{寸}$$

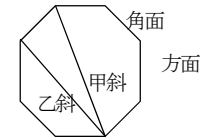
答 角面の長さ1寸02厘0634強



問.5 正方形の4面を切り八角形とする。只云角面と乙斜の和9寸、又方面と甲斜の和13寸のとき角面の一边の長さはいくか。



問.6 正方形の4面を切り八角形とする。方面3寸、只云甲斜と乙斜の和11寸、このとき角面の一边の長さはいくか。



問5. (解法)

角面を x 、方面を y とすると
 $x + 乙 = 9$, $y + 甲 = 13$

$$(y + \frac{x}{\sqrt{2}})\sqrt{2} = 9 - x \dots (1)$$

$$(y + \sqrt{2}x)^2 + y^2 = 甲^2 \dots (2)$$

$$(1) \text{ より } 2x = 9 - \sqrt{2}y \dots (3)$$

(3) より 甲 = 13 - y だから

$$(13 - y)^2 = (y + \sqrt{2}x)^2 + y^2$$

$$169 - 26y + y^2 = y^2 + y^2 + 2\sqrt{2}xy + 2x^2 \quad (3) \text{ を代入して}$$

$$169 - 26y = y^2 + \sqrt{2}y(9 - \sqrt{2}y) + 40.5 - 9\sqrt{2}y + y^2$$

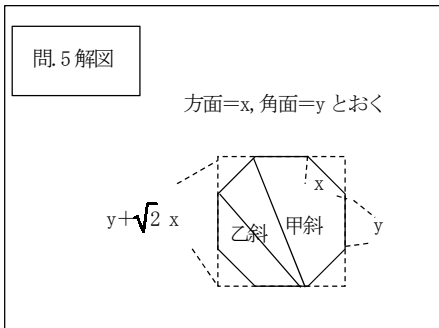
$$26y + 169 - 40.5 = 0$$

$$y = 4.942307692 \quad (3) \text{ に代入して}$$

$$\sqrt{2} = 1.414213562 \text{ として計算すると}$$

$$x = 1.005260717 \text{ を得る。}$$

答 角面の長さ 1寸005毛261弱



問6. (解法)

$$\sqrt{18 + 6\sqrt{2}x + 2x^2} = 11 - \sqrt{2}(3 + \frac{x}{\sqrt{2}}) \text{ を解く}$$

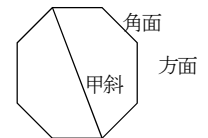
$$18 + 6\sqrt{2}x + 2x^2 = 121 - 22\sqrt{2}(3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x) + (18 + 6\sqrt{2}x + x^2)$$

$$x^2 + 22x - (121 - 66\sqrt{2}) = 0$$

$$x = -11 + \sqrt{242 - 66\sqrt{2}} = 1.19269883 \text{ を得る}$$

答 角面の長さ 1寸1分9厘2毛699弱

問.7 正方形の4面を切り八角形とする。只云角面と方面の和8寸、又角面と甲斜の和12寸のとき角面の一边の長さはいくか。



問7. (解法)

$$(8-x+\sqrt{2x})^2+(8-x)^2=(12-x)^2 \text{ を解く}$$

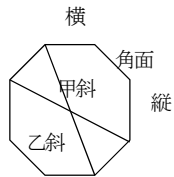
$$x^2(3-2\sqrt{2})+8x(2\sqrt{2}-1)-16=0$$

$$x = \frac{-(8\sqrt{2}-4) + \sqrt{(8\sqrt{2}-4)^2 + 16(3-2\sqrt{2})}}{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-7.31370849 + 7.499033144}{0.171572876} = 1.080151235$$

答 角面の長さ 1 寸 08 厘 0151 弱

問.8 正方形の 4 面を切り八角形とする。只云乙斜 7 寸、縦横差が 3 寸、このとき角面の一辺の長さはいくか。

**問8.** (解法)

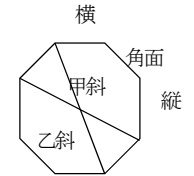
角面=x とおく

$$\text{横}^2 + (\text{縦} + \sqrt{2x})^2 = 64 \cdots (1), \quad (\text{横} + \sqrt{2x})^2 + \text{縦}^2 = 49 \cdots (2)$$

$$(1) - (2) \text{ より } 2\sqrt{2x}(\text{縦} - \text{横}) = 15 \quad 2\sqrt{2x} = 5 \quad x = 1.767766953$$

答 角面の長さ 1 寸 7 分 6 厘 7 毛 567 微弱

問.9 正方形の 4 面を切り八角形とする。囲が 24 寸只云甲斜 9 寸、縦横差が 4 寸、このとき角面の一辺の長さはいくか。

**問9.** (解法)

角面=x とおく

$$\text{縦} + \text{横} + 2x = 12, \quad \text{縦} - \text{横} = 4 \text{ より } \text{縦} = 8 - x, \quad \text{横} = 4 - x$$

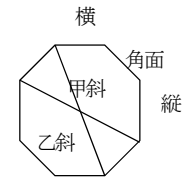
$$\text{横}^2 + (\text{縦} + \sqrt{2x})^2 = 81 \text{ に代入すると } 2(2 - \sqrt{2})x^2 - 8(3 - 2\sqrt{2})x - 1 = 0$$

$x = 1.679723874$ となる問 10. 正方形の 4 面を切り八角形とする。囲い 29 寸、只云乙斜 10 寸、縦横差が 4 寸、このとき角面の一辺の長さはいくか。

答 角面の長さ 1 寸 6 分 7 厘 9 毛 724 弱

問.10

正方形の 4 面を切り八角形とする。囲い 29 寸、只云乙斜 10 寸、縦横差が 4 寸、このとき角面の一辺の長さはいくか。



問10. (解法)

角面=x とおく

縦+横+2x=14.5 , 縦-横=4 より縦=9.25-x , 横=5.25-x

縦²+(横+√2x)²=100 に代入整理して 2(2-√2)x²-(29-21√2)x+13.125=0
x=1.012364 となる。

答 角面の長さ1寸01厘2毛364強

問.11 甲乙丙丁の正方形がある。積の総和563寸、各辺の和45寸、只云丙丁方差は乙丁方差が3寸、このとき丁の一辺の長さはいくか。

丙方

甲方

丁方

乙方

問.11(解法)

丁の一辺を a とすると 7 9 12 17 7+9+12+17=45

丙-丁=d₁ 乙-丙=d₂ 丁 丙 乙 甲 49+81+144+289=563

甲-乙=d₃ とする √ √ √ 2 3 5

甲=d₃+乙 d₁ d₂ d₃ (√は差を表す)

丙=乙-d₂ √ √

丁=乙-d₂-d₁ 1 2

d₂-d₁=1, d₃-d₂=3, d₃-d₂=2

乙-2丙+丁=1 , 甲-乙-丙+丁=3, 乙=1+2丙-丁, 甲=4+3丙-2丁 ,

甲+乙+丙+丁=45

4+3丙-2丁+1+2丙-丁+丙+丁=45、だから

3丙-丁=20、丁=3丙-20, 甲=44-3丙, 乙=21-丙,

甲²+乙²+丙²+丁²=563

(44-3丙)²+(21-丙)²+丙²+(3丙-20)²=45

10丙²-213丙+1107=0

丙=9, となる。 丁=7, 甲=17, 乙=12 となる。

答 丁方の長さ7寸

問.12 甲乙丙丁戊の正方形がある。積の総和588寸7分2厘6毛8、各辺の和5尺03分4厘、只云乙と丙方差は外3割、甲乙と乙丙方差内が2割、このとき戊の一辺の長さはいくか。

丙方

甲方

丁方

乙方

戊方

問.12. (解法)

甲²+乙²+丙²+丁²+戊²=588.7268 甲+乙+丙+丁+戊=50.34

和算では特殊な出し方で戊=x とおいて

{(1.25+2)×1.3+3}×1.2+4=12.67 をだしてこれはどうしてなるのかわからないが答はあう。公差=α とおく、(内2割は1.25を掛ける)

甲	乙	丙	丁	戊
x+5.71α	x+3.76α	x+2.2α	x+α	x
√	√	√	√	(√は差を表す)
1.95α	1.56α	1.2α	α	

5x+12.67α=50.34 x=10.068-2.534α

(x+5.71α)²+(x+3.76α)²+(x+2.2α)²+(x+α)²+x²=588.7268

$$5x^2 + 11.42\alpha x + 32.6041\alpha^2 + 7.52\alpha x + 14.1376\alpha^2 + 4.4\alpha x + 4.84\alpha^2 + 2\alpha x + \alpha^2 = 588.7268$$

$$5x^2 + 25.34\alpha x + 52.5817\alpha^2 = 588.7268 \quad x^2 + 5.068\alpha x + 10.51634\alpha^2 = 117.74536$$

$$(10.068 - 2.534\alpha)^2 + 5.068\alpha(10.068 - 2.534\alpha) + 10.51634\alpha^2 = 117.74536$$

$$101.364624 - 51.024624\alpha + 6.421156\alpha^2 + 51.024624\alpha - 12.842312\alpha^2 + 10.51634\alpha^2 = 117.74536$$

$$4.095184\alpha^2 = 16.380736 \quad \alpha = 2 \text{ (負は除く)}, x = 5 \text{ となる。}$$

全体では次のようになる。

甲	乙	丙	丁	戊	
16.42	12.52	9.4	7.5		
∨	∨	∨	∨		(∨は差を表す)
3.9	3.12	2.4	2		

答 戊方の長さ5寸

問.13 勾股田(直角三角の田)がある。勾30歩、股40歩、只云開広さ3歩の2道路がある。面積を等しく3つに切る。このとき右股の長さはいくか。

問13. (解法)

右股=x, 中股=y, 左股=z とおく
 全て比が0.75になっているので
 約すると

$$\text{右△の面積} = \frac{1}{2} \times 0.75 \times x^2$$

$$\text{中台形の面積} = y \times 0.75(x + 3 + \frac{1}{2} \times y)$$

$$\text{左台形の面積} = z \times 0.75(x + y + 6 + \frac{1}{2} \times z) \text{ とすることができ、0.75 は約する。}$$

$$\text{子} = (x+3)^2 + x^2 = (x+3)^2 + 2y(x+3 + \frac{1}{2} \times y) = (x+y+3)^2 \text{ と変形する。あと同様}$$

$$\text{股}^2 - x^2 = (x+y+z+6)^2 - 2z(x+y+6 + \frac{1}{2} \times z) = (x+y+6)^2$$

$$\text{股}^2 - x^2 - \text{子} - 3^2 = (x+y+6)^2 - (x+y+3)^2 - 9 = 6(x+y+3)$$

$$\{\text{股}^2 - x^2 - \text{子} - 3^2\}^2 = 36 \text{ 子} = 36(x+y+3)^2 \text{ としたものが術である。}$$

術

右股=x とおく、

$$\text{子} = (x+3)^2 + x^2 = 9 + 6x + 2x^2 \quad (\text{股}^2 - x^2 - \text{子} - 3^2) = 40^2 - (18 + 6x + 3x^2)$$

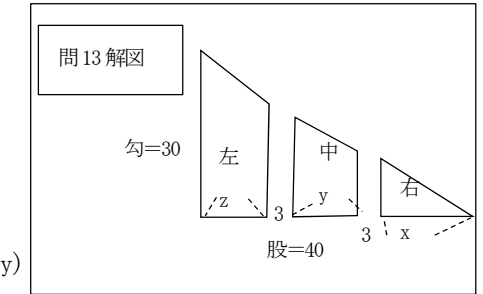
$$= 1582 - 6x - 3x^2, \quad \{\text{股}^2 - x^2 - \text{子} - 3^2\}^2 = (1582 - 6x - 3x^2)^2$$

$$= 2502724 - 18984x - 9456x^2 + 36x^3 + 9x^4 = 0$$

$$\{\text{股}^2 - x^2 - \text{子} - 3^2\}^2 - 4 \times 9 \times \text{子} = (1582 - 6x - 3x^2)^2 - 4 \times 9(9 + 6x + 2x^2) = 2502400$$

$$- 19200x - 9528x^2 + 36x^3 + 9x^4 = 0 \quad x = 20.580899 \dots$$

(注) 現代的に解くには難問である。よく考えられた解き方と思われる。



答 右股の長さ 20 歩 05 分 8 厘 0899 弱

問. 14 勾股田(直角三角の田)がある。勾 42 歩、股 56 歩、只云開広さ 2 歩の 2 道路がある。右が中より多く 156 歩。左積が 66 歩このとき右股の長さはいくか。

問 14. (解法)

右股=x, 中股=y, 左股=z とおく
 $x+y+z+4=56 \dots (1)$

$$\frac{3}{8}x^2 - 156 = \frac{3}{2}y \left(\frac{1}{2}x + 1\right) + \frac{3}{8}y^2 \dots (2)$$

$$\frac{3}{8}z^2 + \frac{3}{4}z(x+y+4) = \frac{3}{8}x^2 + 66 \dots (3)$$

(1), (2), (3) を計算すると

右股=x=32, 中股=y=8, 左股=z=12 となる。

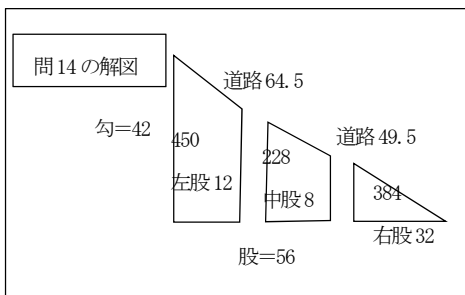
尚 $\frac{3}{8}x^2$ は右股のある三角形の面積である。すべての数値は解図のとおりである。

(術)

$$(x+2)^2 + x^2 = 2x^2 + 4x + 4$$

$$42(2x^2 + 4x + 4) = 84x^2 + 168x + 168$$

$$42(2x^2 + 4x + 4) - 156 \times 56 \times 2 = 84x^2 + 168x - 17304 \text{ (甲位)}$$



$$66 \times 42 \times 2 + 42x^2 = 7392 + 42x^2 \text{ 寄(乙位)} \quad - \text{甲位} - \text{乙位}$$

$$\{(56 \times 42 \times 4 + 17304 - 7392 - 168 = 141456) - 168x - 126x^2\}^2$$

$$= 20009799936 - 47528216x - 35618688x^2 + 42336x^3 + 15876x^4 \text{ (寄左)}$$

$$4 \times 42 \times 4 \times \text{甲位} = 56448x^2 + 112896x - 1162822 \text{ (寄左と相消して)}$$

$$20021428224 - 4764211x - 35675136x^2 + 42336x^3 + 15876x^4 \text{ (} x=32 \text{ を得る)}$$

答 右股の長さ 32 歩

問. 15 勾股田(直角三角の田)がある。勾 15 歩、股 20 歩、只云開広さ 3 歩の 2 道路がある。甲乙丙の面積を等しく 3 つに切る。甲等 240 戸、乙等 210 戸、丙等 150 戸このとき甲股の長さはいくか。

問 15. (解法)

$$AF=L=x+2,$$

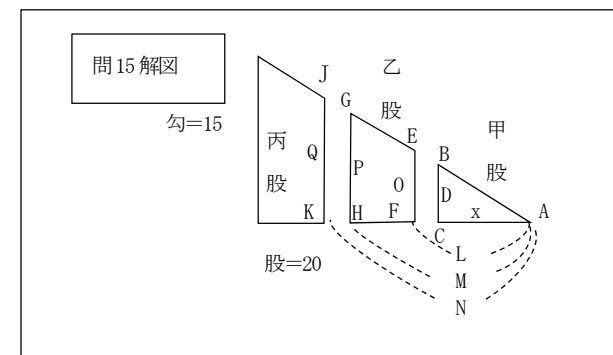
$$BC=D=0.75x,$$

$$EF=O=0.75L,$$

$$GH=P=0.75M,$$

$$JK=Q=0.75N,$$

とおく



$$2 \text{ 甲積} = xD, \quad 2 \text{ 乙積} = MP = \frac{210}{240} \times 2 \text{ 甲積}, \quad 2 \text{ 丙積} = QN = \frac{150}{240} \times 2 \text{ 甲積},$$

$$LO + 2 \text{ 乙積} = 2 \text{ 甲積} + 2 \text{ 乙積} + 2 \text{ 右路積} = MP$$

$$MP = 0.75(x+2)^2 = 120.4515867 \quad 0.75L^2 + 0.75 \times \frac{210}{240} \times 2 \text{ 甲積} = 0.75M^2$$

$$240L^2 + 210x^2 = 240M^2, \quad 8L^2 + 7x^2 = 8M^2$$

$$8M^2 = 8L^2 + 7x^2 \quad M^2 = L^2 + 0.875x^2 = (x+2)^2 + 0.875x^2 = 1.875x^2 + 4x + 4$$

$$\text{勾股} = 2 \text{ 丙積} + NQ, \quad \text{股}^2 = \frac{5}{8} \times x^2 + N^2 \quad 8 \text{ 股}^2 = 5x^2 + 8N^2, \quad 3200 = 5x^2 + 8(M+2)^2$$

$$3200 = 5x^2 + 8M^2 + 32M + 32, \quad 3200 = 5x^2 + 8(1.875x^2 + 4x + 4) + 32M + 32$$

$$3168 = 20x^2 + 32x + 32 + 32M, \quad 3136 - 20x^2 - 32x = 32M$$

$$98 - 0.625x^2 - x = M$$

$$(98 - 0.625x^2 - x)^2 = 1.875x^2 + 4x + 4$$

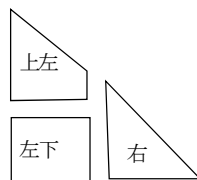
展開して

$$0.390625x^4 + 1.25x^3 - 122.5x^2 - 200x + 9600 = 0$$

$x = 10.672889$ を得る。

答 甲股の長さ 10 歩 06 分 7 厘 2 毛 889 強

問.16 勾股田(直角三角の田)がある。勾30歩、股40歩、只云丁字開広さ2歩の2道路がある。3つの面積を等しい。このとき右股の積はいくか。



問16. (解法)

右股を x とおく

$\frac{3}{8}x^2$ が右の面積になる。

$$\left(28 + \frac{3}{4}x - \frac{2}{4}\right)(38-x) = \frac{6}{8}x^2$$

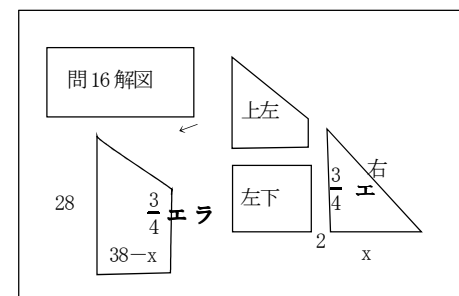
整理して

$$9x^2 - 4x - 4180 = 0$$

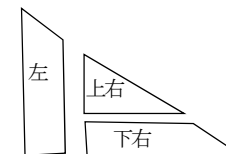
$x = 21.77434106$ となる。 $90x^2 - 40x - 41800 = 0$ を術で示している。

$x = 21.77434106$ となる。

答 右股 21 歩 7 分 7 厘 4 毛 341 強



問.17 勾股田(直角三角の田)がある。勾30歩、股40歩、只云丁字開広さ2歩の2道路がある。甲乙丙の面積を等しく3つに切る。このとき右下股の長さはいくか。



問17. (解法)

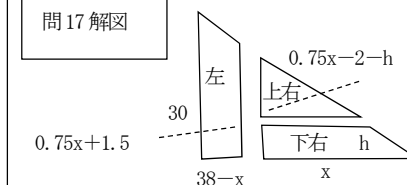
右下股の長さ = x , 高さ = h とおく

左の面積を S_1 , 上右の面積を S_2 ,

下右の面積を S_3 とする。

$$S_1 = \frac{1}{2}(38-x)(0.75x + 31.5)$$

問17解図



$$S_2 = \frac{1}{2} (0.75x - 2 - h) \left(x - \frac{4}{3}h - \frac{8}{3}\right)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} h \left(2x - \frac{4}{3}h\right)$$

$$S_1 = S_3 \text{ として } h \text{ を求める } \frac{1}{2} (38 - x) (0.75x + 31.5) = \left(xh - \frac{2}{3}h^2\right)$$

$$\frac{2}{3}h^2 - xh - \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}x + 598.5 = 0$$

$$h = 0.75x - \sqrt{1.125x^2 + 2.25x - 897.75}$$

$S_2 = S_1$ として h を代入する

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} (0.75x - 2 - h)^2 = \frac{2}{3} (\sqrt{1.125x^2 + 2.25x - 897.75} - 2)^2 \text{ だから}$$

$$\frac{2}{3} (\sqrt{1.125x^2 + 2.25x - 897.75} - 2)^2 = \frac{1}{2} (38 - x) (0.75x + 31.5)$$

$$4(\sqrt{1.125x^2 + 2.25x - 897.75} - 2)^2 = 3(-0.75x^2 - 3x + 1197)$$

$$4(1.125x^2 + 2.25x - 897.75 + 4 - \sqrt{1.125x^2 + 2.25x - 897.75})$$

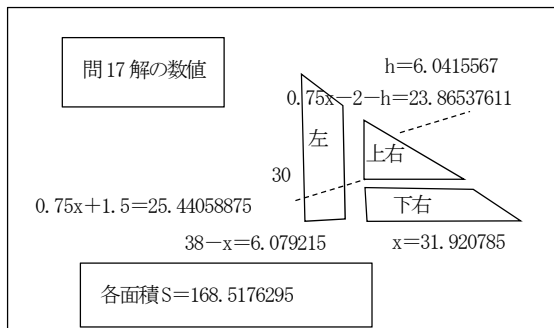
$$= -2.25x^2 - 9x + 359$$

$$45.5625x^4 + 243x^3 - 96705x^2 - 258552x + 51581380 = 0 \text{ 両辺を } 3 \text{ で割り}$$

$$15.1875x^4 + 81x^3 - 32235x^2 - 86184x + 17193793.3333 = 0$$

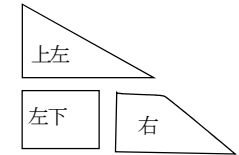
これを算木で計算して

$x = 31.920785$ を得る



答 右下股の長さ 31 歩 9 分 2 厘 0758 強

問.18 勾股田(直角三角の田)がある。勾 30 歩、股 40 歩、只云丁字開広さ 2 歩の 2 道路がある。3 つの面積を等しい。このとき下右股はいくか。



問18. (解法)

上右股の長さ = x , その高さ = h とおく

上右の面積を S_1 , 下の面積を S_2 ,

上左の面積を S_3 , とする。

$$S_1 = \frac{h}{2} \left(2x - \frac{4}{3}h\right) = hx - \frac{2}{3}h^2$$

$$S_2 = h(38 - x)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} (28 - h) \left(40 - \frac{8}{3} - \frac{4}{3}h\right)$$

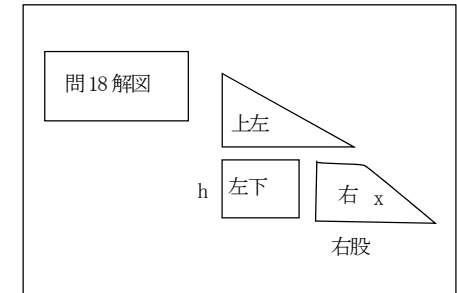
$S_1 = S_2$ とおく

$hx - \frac{2}{3}h^2 = h(38 - x)$ より $h = 3x - 57$ が得られる。これを

$S_3 = S_2$ に代入して

$$\frac{1}{2} (28 - h) \left(40 - \frac{8}{3} - \frac{4}{3}h\right) = h(38 - x)$$

$$(28 - 3x + 57) \left(40 - \frac{8}{3} - 4x + 76\right) = 2(3x - 57)(38 - x)$$



$$(85-3x)\left(\frac{340}{3}-4x\right)=-6x^2+342x-4332$$

$$12x^2-680x+9633.3333=-6x^2+342x-4332$$

$$18x^2-1022x+13965.3333=0$$

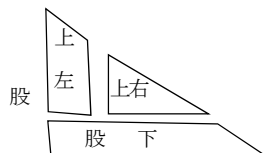
$$x=\frac{511-\sqrt{261121-251375.9994}}{18}$$

$$=22.90462239$$

答 下右股 22 歩 9 分 04 毛 624 微強

問.19 勾股田(直角三角の田)がある。

勾 30 歩、股 40 歩、只云丁字開広さ 2 歩の 2 道路がある。甲乙丙の面積を等しく 3 つに切る。このとき上右股の長さはいくか。



問19. (解法)

上右股の長さ = x, その高さ = h

とおき、

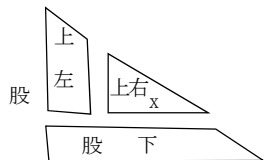
上右の面積を S_1 , 下の面積を S_2 ,

上左の面積を S_3 , とする。

$$S_1 = \frac{3}{8}x^2$$

$$S_2 = \frac{h}{2}\left(80 - \frac{4}{3}h\right)$$

問19 解図



$$S_3 = \frac{1}{2}\left\{2(28-h) - \frac{3}{4}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)\right\}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)$$

$$= \frac{1}{2}\{56-2h-26.5+h+0.75x\}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)$$

$$= \frac{1}{2}\{29.5-h+0.75x\}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{3127}{3} - 22.125h - 29.5x - \frac{106}{3}h + \frac{4}{3}h^2 + xh + \frac{79.5}{3}x - h - 0.75x^2\right\}$$

$S_1 = S_2$ とおく

$$\frac{3}{8}x^2 = \frac{h}{2}\left(80 - \frac{4}{3}h\right) \quad 9x^2 = 960h - 16h^2$$

$$16h^2 - 960h + 9x^2 = 0$$

$$h = \frac{480 - \sqrt{230400 - 144x^2}}{16} = 30 - 0.75\sqrt{1600 - x^2}$$

$$\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h - x = -4.666666 - x + \sqrt{1600 - x^2}$$

$$S_3 = \frac{1}{2}\left\{2(28-h) - \frac{3}{4}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)\right\}\left(\frac{106}{3} - \frac{4}{3}h-x\right)$$

$$S_3 = \frac{1}{2}\{56-60+1.5\sqrt{1600-x^2} - \frac{3}{4}(-4.666666-x+\sqrt{1600-x^2})\}(-4.666666-x+\sqrt{1600-x^2})$$

$$S_3 = \frac{1}{2}\{-0.5+0.75x+0.75\sqrt{1600-x^2}\}(-4.666666-x+\sqrt{1600-x^2})$$

$$= \frac{1}{2}\{2.33333+0.5x-0.5\sqrt{1600-x^2}-3.4999995x-0.75x^2+0.75x\sqrt{1600-x^2}-$$

$$3.49999995\sqrt{1600-x^2}-0.75x\sqrt{1600-x^2}+0.75(1600-x^2)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{1202.33333 - 2.999995x - 3.999995\sqrt{1600 - x^2} - 1.5x^2\}$$

$$= \frac{1}{2} \{1202.33333 - 3x - 4\sqrt{1600 - x^2} - 1.5x^2\}$$

$$\frac{3}{4}x^2 = 1202.33333 - 3x - 4\sqrt{1600 - x^2} - 1.5x^2$$

$$2.25x^2 + 3x - 1202.33333 = -4\sqrt{1600 - x^2}$$

$$5.0625x^4 + 9x^2 + 1445605.436 + 13.5x^3 - 5410.49985x^2 - 7213.99998x = 25600 - 16x^2$$

$$5.0625x^4 + 13.5x^3 - 5385.499985x^2 - 7213.99998x + 1420005.436 = 0$$

より算木で $x = 21.114472$ を求めたものと思われる。

答 上右股の長さ 21 歩 1 分 1 厘 4472 弱

(術)

$$\text{中股} = 27 - \text{勾}$$

$$\text{中股}^2 + 1296 = 729 - 54 \text{勾} + \text{勾}^2 + 1296 = 2025 - 54 \text{勾} + \text{勾}^2$$

$$(\text{中股}^2 + 1296)27 = 54675 - 1458 \text{勾} + 27 \text{勾}^2 \text{ (寄左)}$$

$$\{\text{中股}^2 + (\text{股} + \text{長弦})^2\} (\text{勾} + \text{中股}) \text{ (寄左)}$$

$$2 \text{勾} (\text{股} + \text{長弦})^2 = 2592 \text{勾}$$

$$\{\text{中股}^2 + (\text{股} + \text{長弦})^2\} (\text{勾} + \text{中股}) - 2 \text{勾} (\text{股} + \text{長弦})^2 = 0$$

$$\{(27 - \text{勾})^2 + (\text{股} + \text{長弦})^2\} (\text{勾} + \text{中股}) - 2 \text{勾} (\text{股} + \text{長弦})^2 = 0$$

$$\{(27 - \text{勾})^2 + 36^2\} 27 - 2 \text{勾} 36^2 = 0$$

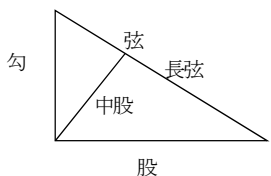
$$27(\text{勾}^2 - 54 \text{勾} + 2025) - 2 \text{勾} 36^2 = 0 \quad \text{勾}^2 - 54 \text{勾} + 2025 - 2 \text{勾} 48 = 0$$

$$\text{勾}^2 - 150 \text{勾} + 2025 = 0$$

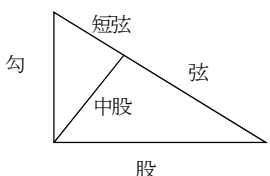
$$(\text{勾} - 15)(\text{勾} - 135) = 0 \quad \text{勾} = 15, 135 \text{ (不適)}$$

答 勾の長さ 1 尺 5 寸

問. 20 勾股(直角三角形)がある。只云勾と中股和、2 尺 7 寸、又云股と長弦和は 3 尺 6 寸ある。このとき勾の長さはいくか。



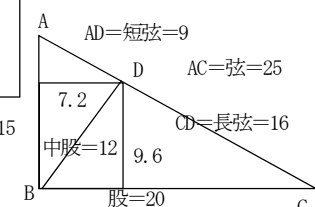
問. 21 勾股(直角三角形)がある。中股 1 尺 2 寸、只云股と短弦和は 2 尺 9 寸ある。このとき股の長さはいくか。



問 20. (解法)
 勾 + 中股 = 27,
 股 + 長弦 = 36
 勾 = x, 股 = y とおく

問 20, 21, 22, 23, 24, 25,
26, 28, 29, 30 解図

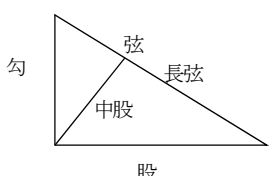
勾 = 15



問 21. (解法)
 中股 = 12, 股 + 短弦 = 29 勾 : 股 = 短弦 : 中股より
 股短 = 中股勾 = 股(29 - 股) 12 勾 = 股(29 - 股)
 144 勾² = 股²(29 - 股)² (1)
 勾² = 短² + 中股² = (29 - 股)² + 中股² (2)
 (1) = 144(2)

$$\begin{aligned} \text{股}^2(29-\text{股})^2 &= 144(29-\text{股})^2 + 144^2 \\ (29-\text{股})^2(\text{股}^2-144) &= 144^2 & (841-58\text{股}+\text{股}^2)(\text{股}^2-144) &= 20736 \\ \text{股}^4-58\text{股}^3+697\text{股}^2+8352\text{股}-1418140 &= 0 & \text{股} &= 20 \\ \text{答 股の長さ} &= 2 \text{ 尺, (参考) 勾}=15、\text{弦}=25、\text{短弦}=9、\text{中股}=12 \end{aligned}$$

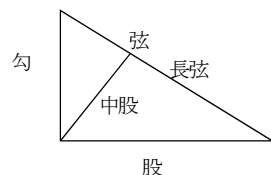
問.22 勾股(直角三角形)がある。只云股冪と弦冪和、1025 寸、又云長弦は勾よりは 1 寸長い。このとき勾の長さはいくか。



問.22. (解法)

$$\begin{aligned} \text{股}^2 + \text{弦}^2 &= 1025, \quad \text{長弦} = \text{勾} + 1 \\ \text{勾} &= x \text{ とおく} \\ x^2 + \text{股}^2 + \text{弦}^2 &= 2\text{弦}^2 = x^2 + 1025 \dots \dots \dots (1) \\ \text{長弦}^2 &= (x+1)^2 \\ 2(x^2 + 1025)(x+1)^2 &= 2(x^2 + 1025)(x^2 + 2x + 1) = 2x^4 + 4x^3 + 2052x^2 + 4100x + 2050 \\ &= 4\text{股}^4 \dots \dots \dots (2) \\ (1025 - x^2 = 2\text{股}^2)^2 &= 2x^4 + 4x^3 + 2052x^2 + 4100x + 2050 \\ = x^4 + 4x^3 + 4102x^2 + 4100x - 1048575 & \quad x^4 + 4x^3 + 4102x^2 + 4100x - 1048575 = 0 \\ \text{これを解いて} & \\ x &= 15 \\ \text{答 勾の長さ} &= 15 \text{ 寸} \end{aligned}$$

問.23 勾股(直角三角形)がある。只云股と長弦和冪より勾と中股和冪の差、567 寸。このとき股の長さはいくか。

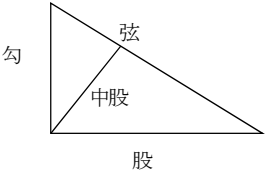


問.23. (解法)

$$\begin{aligned} (\text{股} + \text{長弦} - \text{中股})^2 &= 567, \quad \text{股} + \text{弦} = 45 \\ \text{股} = x \text{ とおく} & \quad \text{勾} : \text{中股} = \text{股} : \text{長弦より} \\ x(\text{股} + \text{弦}) &= \text{股弦} + \text{股}^2 = 45x \\ (45x)^2 &= 2025x^2 \dots \dots \dots (1) \\ (\text{股} + \text{弦} - x)^2(\text{股} + \text{長弦} - \text{中股})^2 &= (45-x)^2 567 = 567x^2 - 51030x + 1148175 \\ = \text{勾}^2(\text{股} + \text{弦})^2 \dots \dots \dots (2) \\ (1) &= (2) \\ 1458x^2 + 51030x - 1148175 &= 0 \dots \dots \dots (3) \\ \text{弦}^2 - \text{股}^2 &= \text{勾}^2 \\ (45 - \text{股})^2 - \text{股}^2 &= 2025 - 90\text{股} \\ (2025 - 90\text{股})(\text{股} + \text{弦})^2 &= 2025(2025 - 90x) = 4100625 - 182250x \dots (3) \\ (2) &= (3) \\ 1458x^2 + 233280x - 5248800 &= 0 \\ x^2 + 160x - 3600 &= 0 \quad (x-20)(x+180) = 0 \quad x = 20, -180 \text{ (不適)} \end{aligned}$$

答 股の長さ 2 尺

問. 24 勾股(直角三角形)がある。只云勾と中股和、2尺7寸、又云股と弦和は4尺5寸ある。このとき勾の長さはいくか。



問24. (解法)

勾+中股=27, 股+弦=45

勾の長さ=x とする。

$$x^2 + (股+弦)^2 = x^2 + 2025 = 2 \text{ 弦}(股+弦)$$

$$(勾+中股)(x^2 + 2025) = 27x^2 + 5467 = 2 \text{ 弦}(股+弦)(勾+中股)$$

$$= 2 \text{ 弦}(股+弦) \left(勾 + \frac{\text{勾股}}{\text{弦}}\right) = 2 \text{ 勾}(弦+股)^2 \dots \dots \dots (1)$$

$$2 \text{ 勾}(弦+股)^2 = 2x(45)^2 = 4050x \dots \dots \dots (2)$$

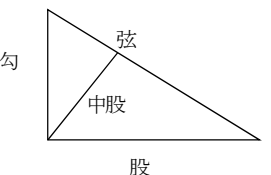
(1) = (2)

$$27x^2 - 4050x + 5467 = 0 \quad x^2 - 150x + 2025 = 0$$

$$(x-15)(x-135) = 0 \quad x=15, x=135 \text{ (不適)}$$

答 勾の長さ=15 寸

問. 25 勾股(直角三角形)がある。只云弦と中股和は3尺7寸、又云勾と股和は中股よりは2尺5寸長い。このとき勾の長さはいくか。



問25. (解法)

弦+中股=37, 勾+股=中股+23

勾の長さ=x とする。

勾+股=60-弦 弦+股=-x+60

$$2 \text{ 弦}(弦+股) = (-x+60)^2 + x^2 = 2x^2 - 120x + 3600 \dots \dots \dots (1)$$

$$(弦+股)^2 - 勾^2 = 2 \text{ 股}(弦+股) = (-x+60)^2 - x^2 = -120x + 3600$$

$$2 \text{ 勾}(-120x + 3600)(弦+股) = 4 \text{ 勾股}(弦+股)^2$$

$$= (-240x + 7200)(-x + 60)$$

$$= 240x^3 - 21600x^2 + 43200x \dots \dots \dots (2)$$

$$2(弦+中股)(弦+股) - 2(弦(弦+股)) = 2 \text{ 中股}(弦+股)$$

$$= 74(-x + 60) - (2x^2 - 120x + 3600) = -2x^2 + 46x + 840 \dots \dots \dots (3)$$

$$(1) \times (3) = 4 \text{ 勾股}(弦+股)^2$$

$$(2x^2 - 120x + 3600)(-2x^2 + 46x + 840) = -4x^4 + 332x^3 - 11040x^2 + 64800x + 3024000 = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$(2) = (4) \quad 4 \text{ 勾股}(弦+股)^2$$

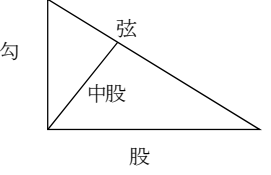
$$240x^3 - 21600x^2 + 43200x = -4x^4 + 332x^3 - 11040x^2 + 64800x + 3024000 = 0$$

$$4x^4 - 92x^3 - 10560x^2 + 367200x - 3024000 = 0$$

$$x^4 - 23x^3 - 2640x^2 + 91800x - 756000 = 0$$

x=15 答 勾の長さ=15 寸

問. 26 勾股(直角三角形)がある。只云勾と股和と中股の和は4尺7寸、又云弦と中股差は1尺3寸ある。このとき弦の長さはいくか



問 26. (解法)

勾+弦+中股=47 , 弦-中股=13

弦=x とおく

$x-13=中股$, $2x(x-13)=2x^2-26x \dots \dots \dots (1)$

$x-13-47=x-60$

$(x-60)^2-x^2=3600-120x \dots \dots \dots (2)$

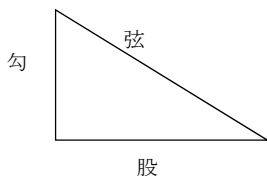
(1) = (2)

$2x^2-26x=3600-120x$ $2x^2+94x-3600=0$

$x^2+47x-1800=0$ $(x-25)(x+72)=0$ $x=25$, $x=-72$ (不適)

答 弦の長さ 2 尺 5 寸、勾=15 寸、股=20 寸、中股=12 寸

問. 27 勾股(直角三角形)がある。只云勾 1 個と股 2 個、弦 1 個和は 4 尺 2 寸、又云勾 2 個と股 1 個、弦 1 個の和は 3 尺 5 寸ある。このとき勾の長さはいくか。



問 27. (解法)

勾+2 股+弦=42 , 2 勾+股+弦=35

勾=x とおく

$x+2 股+弦=42$ $2x+股+弦=35$

$7+x=股$ $49+14x+x^2=股^2 \dots \dots \dots (1)$

$2 股+x=14+3x$

$(勾+2 股+弦)-(2 股+x)=弦=28-3x$

弦²-x²=股²だから

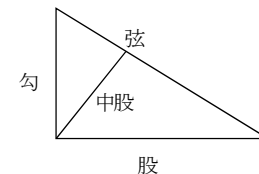
$784-168x+9x^2-x^2=(7+x)^2$

$7x^2-182x+735=0$ $x^2-26x+105=0$ $(x-5)(x-21)=0$

$x=5$, $x=21$ (不適)

答 勾の長さ 5 寸、股=12 寸、弦=13 寸、

問. 28 勾股(直角三角形)がある。只云弦と中股の差は 1 尺 3 寸、又云勾と股和は 3 尺 5 寸ある。このとき勾の長さはいくか。



問 28. (解法)

弦-中股=13 , 勾+股=35

勾=x とおく

股=35-x $x^2+股^2=弦^2$ $x^2+(35-x)^2=弦^2$

$弦^2=2x^2-70x+1225 \dots \dots \dots (1)$

$x 股=35x-x^2$

$股^2=(35-x)^2=x^2-70x+1225 \dots \dots \dots (2)$

$2x^2-70x+1225-(35x-x^2)=3x^2-105x+1225=弦 \dots \dots \dots (3)$

$弦^2=(3x^2-105x+1225)^2=9x^4-630x^3+18375x^2-257250x+1500625=0 \dots \dots (4)$

$169(2x^2-70x+1225)=338x^2-11830x+207025 \dots \dots \dots (5)$

$(弦-中股)^2 弦^2=弦^2(弦^2-2 弦中股+中股^2)$

(4) = (5)

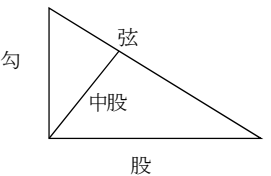
$$9x^4 - 630x^3 + 18375x^2 - 257250x + 1500625 = 338x^2 - 11830x + 207025$$

$$9x^4 - 630x^3 + 18037x^2 - 245420x + 123600 = 0$$

$$x = 15$$

答 勾の長さ1尺5寸、股=20寸、弦=25寸、中股=12寸、

問.29 勾股(直角三角形)がある。弦は2尺5寸、只云勾と股和より中股の差は2尺3寸ある。このとき勾の長さはいくか。



問29. (解法)

$$\text{弦} = 25 \quad \text{勾} + \text{股} - \text{中股} = 23$$

勾 = x とおく

$$\text{弦}^2 - \text{勾}^2 = \text{股}^2 = 625 - x^2$$

$$\text{股} - \text{中股} = 23 - x$$

$$\text{弦}(\text{股} - \text{中股}) = 575 - 25x$$

$$\text{弦}^2(\text{股} - \text{中股})^2 = (575 - 25x)^2 = 625x^2 - 28750x + 330625 \dots (1)$$

$$\text{弦} - \text{勾} = 25 - x \quad (25 - x)^2 = x^2 - 50x + 625$$

$$(625 - x^2)(25 - x)^2 = (625 - x^2)(x^2 - 50x + 625)$$

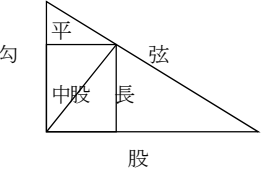
$$= -x^4 + 50x^3 - 31250x + 390625 \dots (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$x^4 - 50x^3 + 625x^2 + 2500x - 60000 = 0$$

x = 15 答 勾の長さ1尺5寸、股=20寸、弦=25寸、中股=12寸、

問.30 勾股(直角三角形)がある。正方形が内接して中股が斜を為す。勾と股和に中股を加えると4尺7寸、又云弦と2個の中股及び長平和は6尺5寸8分ある。このとき弦の長さはいくか。



問30. (解法)

$$\text{勾} + \text{股} + \text{中股} = 47, \quad \text{弦} + 2 \text{中股} + \text{平} + \text{長} = 65.8$$

弦 = x とおく

$$65.8x \dots (1)$$

$$\text{弦} 65.8^2 = 4329.64x$$

$$4329.64x - 2209x = 2120.64x = 47^2 \times 2 \text{中股} \dots (2)$$

$$47^2 - 65.8x = 2209 - 65.8x = 47 \times \text{中股}$$

$$2 \times 47(2209 - 65.8x) = 207646 - 6185.2x \dots (3)$$

$$(2) = (3)$$

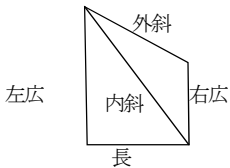
$$2120.64x = 207646 - 6185.2x$$

$$8305.84x - 207646 = 0 \quad x = 25$$

答 弦の長さ2尺5寸、勾=15寸、股=20寸、中股=12寸、長=9.6寸、

平=7.2

問.31 半梯(台形)がある。外斜は25尺、内斜30尺、只云左右広の和2尺9寸。このとき右広の長さはいくか。



問.31 (解法)

右広を x とおくと

$$25^2 - (29 - 2x)^2 = 30^2 - (29 - x)^2$$

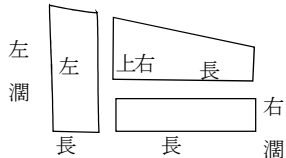
$$625 - 4x^2 + 116x - 841 = 900 - x^2 + 58x - 841$$

$$3x^2 - 58x + 275 = 0 \quad (x - 11)(3x - 25) = 0$$

$$x = 11, x = 8.333 \dots (\text{不適})$$

答 右広の長さ1尺1寸

問.32 半梯田(台形の田)がある。大頭30歩、小頭20歩、長40歩、只云図のように開き広の2歩左側丁字道路がある。3つの田の面積を等しい。このとき右長はいくか。



問.32(解法)

$$\square EFGHk \text{ の面積} = xy \dots \dots \dots (1)$$

斜辺の傾きは0.25だから

$$\text{台形 KLMJ の面積} = \frac{1}{2}(36 - 2y + 0.25x) \dots (2)$$

$$\text{台形 ABCD の面積} = \frac{1}{2}(50.25 + 0.25x)(28 - x)$$

$$\dots \dots \dots (3)$$

3個の面積は等しいら $(1) = (2) = (3)$

$$(1) = (2) \text{ より } 3y = 36 - 0.25x \dots \dots \dots (4),$$

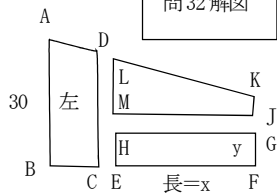
$$(1) = (3) \text{ より } 2xy = (50.25 + 0.25x)(28 - x) \text{ 整理して } 8xy = 5628 - 173x - x^2 \dots (5)$$

(4)を(5)に代入し整理して

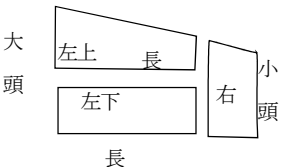
$$3x^2 + 517x - 16596 = 0 \quad x = 27.66081 \text{ となる}$$

答 右長27歩6分6厘1毛964強

問32解図



問.33 半梯田(台形の田)がある。大頭30歩、小頭20歩、長40歩、只云図のように開き広の2歩左側丁字道路がある。3つの田の面積を等しい。このとき右長はいくか



問.33(解法)

LM=x, EF=HG=y とおく、

□EFGH の面積は $y(38-x)$ …… (1)

傾きは 0.25 であるので

台形 LMJK の面積は $\frac{1}{2}(40+0.25x)x$ …… (2)

台形 ABCD の面積は $\frac{1}{2}(46.5+0.25x-2y)(38-x)$ …… (3) これらの面積

は全部等しい。

(1) = (2) とすると $2y(38-x) = (40+0.25x)x$ …… (4) より

$$y = \frac{0.25x^2 + 40x}{76 - 2x} = \frac{0.125x^2 + 20x}{38 - x}$$

(1) = (3) とすると $y(38-x) = \frac{1}{2}(46.5+0.25x-2y)(38-x)$

$$y = \frac{1}{2}(46.5+0.25x-2y) = 23.25 + 0.125x - y$$

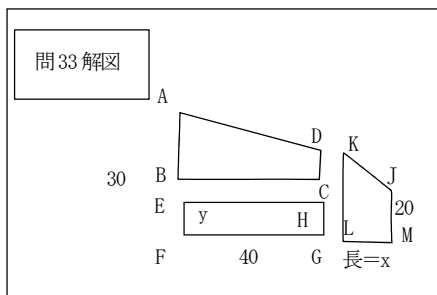
$$y = 11.625 + 0.0625x \dots\dots (5)$$

(4) = (5) より $\frac{0.125x^2 + 20x}{38-x} = 11.625 + 0.0625x$ 整理して解くと

$$0.1875x^2 + 29.25x - 441.75 = 0$$

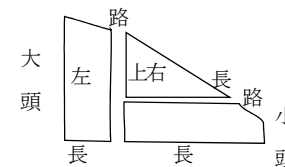
$$x = 13.86947258 \dots$$

答 右長 13 歩 8 分 6 厘 9 毛 473 弱



問33解図

問.34 半梯田(台形の田)がある。大頭38歩、小頭6歩、長40歩、只云図のように開き広の2歩左側丁字道路がある。3つの田の面積を等しい。このとき右下はいくか。



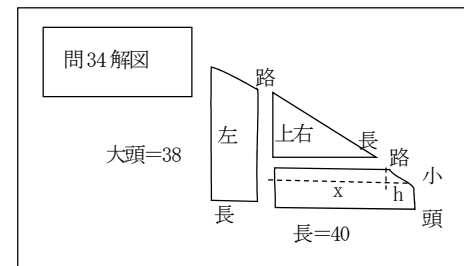
問.34(解法)

右下の長さ=x, その小頭より

上高さ=h とおき、

上右の面積を S_1 , 下の面積を S_2 ,

上左の面積を S_3 , とする。



問34解図

$$S_1 = \frac{1}{2} \left\{ \left(x - 2 \times \frac{20}{19} - h \right) \left(28.1 - 0.95h - \frac{19}{20}(38-x) \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(x - \frac{40}{19} - h \right) \left(-8 - 0.95h + \frac{19}{20}x \right) \right\}$$

$$S_2 = 6x + \frac{0.95}{2}h \left(2x - \frac{20}{19}h \right) = 6x + 0.95xh - 0.475h^2$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \left\{ \left(76 - \frac{19}{20}(38-x) \right) \right\} (38-x)$$

$$= \frac{1}{2} \{ (39.9 + 0.95x) \} (38-x)$$

$S_2 = S_1$ とおく

$$6x + 0.95xh - 0.475h^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left(x - \frac{40}{19} - h \right) \left(-8 - 0.95h + \frac{19}{20}x \right) \right\}$$

$$6x + 0.95xh - 0.475h^2 = -0.475h^2 + 5h - 0.95hx + 0.475x^2 - 5x + \frac{160}{19}$$

$$h = \frac{10.475x^2 - 11x + \frac{160}{19}}{1.9x - 5} \text{ が得られ、}$$

$S_2 = S_3$ に代入する

$$6x + 0.95xh - 0.475h^2 = \frac{1}{2} \{ (39.9 + 0.95x) \} (38 - x)$$

$$1516.2 - 3.8x - 0.95x^2 = 12x + 2xh - \frac{20}{19}h^2$$

$$\frac{20}{19}h^2 - 2hx + 1516.2 - 15.8x - 0.95x^2 = 0$$

$$h^2 - 1.9xh - 15.01x - x^2 + 1440.39 = 0$$

$$h = 0.95x - \sqrt{1.9025x^2 + 15.01x - 1440.39}$$

$$h = 0.59534555$$

$$s = 256.0758379 \quad 250.79568481$$

$$\frac{19}{40} \left\{ \left(x - \frac{20}{19}(2+h) \right)^2 \right\} = 6x + xh - \frac{10}{19}h^2$$

$$\frac{19}{40}x^2 - (2+h) + \frac{10}{19}(4+2h+h^2) = 6x + xh - \frac{10}{19}h^2$$

$$\frac{19}{40}x^2 - (2+h) + \frac{40}{19} + \frac{20}{19}h + \frac{10}{19}h^2 = 6x + xh - \frac{10}{19}h^2$$

(術) 下長 = x とおく

x + 道広 = x + 2, 総長 - (x + 2) = 38 - x, 大小頭差 (38 - x) = 1216 - 32x (甲位)

2 大頭 × 総長 - 甲位 = 3040 - (1216 - 32x) = 1824 + 32x

左長 (1824 + 32x) = (38 - x) (1824 + 32x) = 69312 - 608x - 32x^2 (乙位)

2 小頭 × 総長 = 480 x (480 + 32x) = 480x + 32x^2

大小頭差 { 480x + 32x^2 - 2 (乙位) } = -4435968 + 54272x + 3072x^2 (丙位)

$$\{ -4435968 + 54272x + 3072x^2 \}^2 = 65536 (144x^4 + 5088x^3 - 371528x^2 - 7357672x + 301126609) \dots \dots \dots (1)$$

丙位 - 道広^2 · 総長^2 = -4442368 + 54272x + 3072x^2

道広^2 · 大小頭差 · 総長^2 (69312 - 608x - 32x^2) = 819200 (69312 - 608x - 32x^2) = 65536 · 12.5 (69312 - 608x - 32x^2) \dots \dots \dots (2)

$$(1) - (2) = 65536 (144x^4 + 5088x^3 - 371128x^2 - 7350072x + 300260209) = 0$$

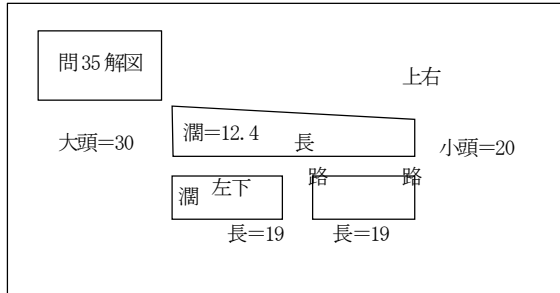
x = 30.741551 となる。

答 下長 30 歩 07 分 4 厘 1 毛 551 強

問. 35 半梯田 (台形の田) がある。大頭 38 歩、小頭 6 歩、長 40 歩、只云図のように開き広の 2 歩左側丁字道路がある。3 つの田の面積を等しい。このとき右下はいくか。

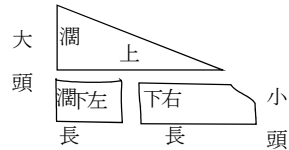
問 35. (解法)

下濶=x とおく
 高さが同じで面積を
 等しくするためには
 $(40-2) \div 2 = 19$
 $(28-x+18-x)20 = 19x$
 $59x = 920$
 $x = 15.59322033$



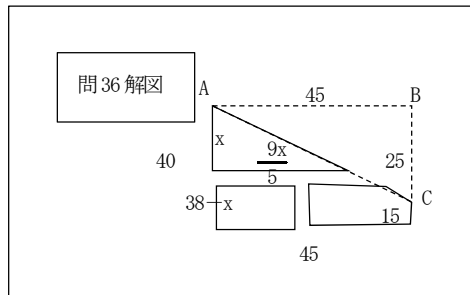
答 下長 30 歩 07 分 4 厘 1 毛 551 強

問 36 半梯田(台形の田)がある。
 大頭 40 歩、小頭 15 歩、長 45 歩、
 只云図のように開き広の 2 歩左側
 丁字道路がある。3つの田の面積
 を等しい。このとき上濶はいくか。



問 36. (解法)

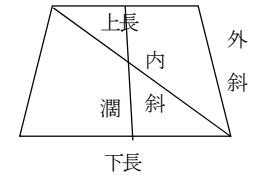
上濶=x とおく
 全体の面積より△ABC と
 2 歩の道路の面積を引く
 即ち
 $1800 - 562.5 - \frac{18x}{5} - 3.6 - 2(38-x)$
 $\frac{27x^2}{10}$



$1157.9 - 1.6x = 2.7x^2$
 $x = 20.4145618$ となる。

答 上濶 20 歩 04 分 1 厘 4 毛 562 弱

問 37 梯田(台形の田)がある。下長 2 尺 1 寸、内斜 2 尺、只云 2 個の外斜と上長和は 3 尺 7 寸である。このとき上長はいくか。

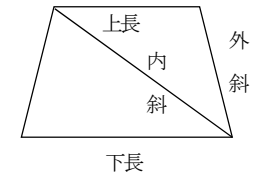


問 37. (解法)

上長=x とおく、 $x+2$ 外斜=37, x +外斜=34,
 $濶^2 + (\frac{21-x}{2})^2 = 内斜^2$, $(\frac{37-x}{2})^2 - (\frac{21-x}{2})^2 + (\frac{21+x}{2})^2 = 400$,
 $(37-x)^2 - (21-x)^2 + (21+x)^2 = 1600$, $x^2 + 10x - 231 = 0$ $x = 11, -21$ (不適)

答 上長 1 尺 1 寸

問 38 梯(台形)がある。内斜 2 尺、只云 上長と外斜和は 2 尺 4 寸、又云下長と 4 外斜の和は 3 尺 4 寸である。このとき下長はいくか。



問38. (解法)

下長=x とおく、 上+外斜=24, x+外斜=34,

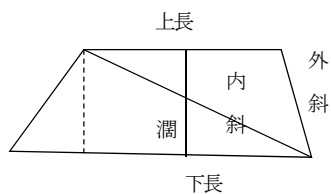
$$\text{外斜}^2 - \left(\frac{x-上}{2}\right)^2 = \text{内斜}^2 - \left(\frac{x+上}{2}\right)^2, \quad x-上=10$$

$$4(34-x)^2 + (10)^2 = 1600 - (2x-10)^2$$

$$8x^2 - 312x + 3024 = 0, \quad x^2 - 39x + 378 = 0 \quad x=21, 18(\text{不適})$$

答 下長2尺1寸

問.39 梯(台形)がある。上長2尺、内斜3尺1寸、只云2個外斜と下斜和は6尺8寸。このとき下長はいくか。



問39. (解法)

下長=x とおく、 x+2外斜=68,

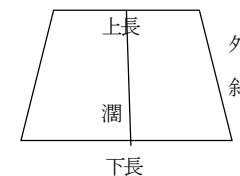
$$\left(\frac{x-20}{2}\right)^2 + \text{濶}^2 = 31^2$$

$$\left(\frac{x+20}{2}\right)^2 + \left(\frac{68-x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-20}{2}\right)^2 = 961 \quad x^2 - 56x + 780 = 0$$

x=30, 26(不適)

答 下長3尺

問.40 梯(台形)がある。下長2尺1寸、只云2個外斜と上長は3尺7寸、又云上長と濶和は2尺3寸である。このとき上長はいくか。



問40. (解法)

上長=x とおく、 x+濶=23, x+2外斜=37,

$$\left(\frac{21-x}{2}\right)^2 + \text{濶}^2 = \text{外斜}^2, \quad \left(\frac{21-x}{2}\right)^2 + (23-x)^2 = \left(\frac{37-x}{2}\right)^2$$

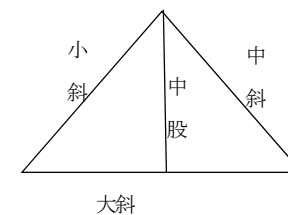
$$(21-x)^2 + 4(23-x)^2 = (37-x)^2$$

$$441 - 42x + x^2 + 2116 - 184x + 4x^2 = 1369 - 74x + x^2$$

$$4x^2 - 152x + 1188 = 0, \quad x^2 - 38x + 297 = 0, \quad x=11, 27(\text{不適})$$

答 上長1尺1寸

問.41 三斜(不等辺三角形)がある。大斜2尺1寸、中股8寸、只云中小斜和は2尺7寸、このとき小斜はいくか。



問41. (解法)

小斜=x とおく

$$x + \text{中斜} = 27, \sqrt{x^2 - 64} + \sqrt{(27-x)^2 - 64} = 21$$

$$\sqrt{(27-x)^2 - 64} = 21 - \sqrt{x^2 - 64}$$

$$665 - 54x + x^2 = 441 - 42\sqrt{x^2 - 64} + x^2 - 64$$

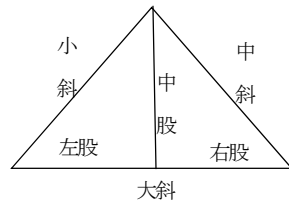
$$144 - 27x = -21\sqrt{x^2 - 64}$$

$$20736 - 7776x + 729x^2 = 441x^2 - 28224 \quad 288x^2 - 7776x + 48960 = 0$$

x=10, 17(不適)

答 小斜1尺

問42. 三斜(不等辺三角形)がある。中斜2尺4寸、左股1尺1寸、只云小斜と右股の和は3尺7寸、このとき大斜はいくか。



問42. (解法)

$$(37 - \text{右股})^2 - 121 = 576 - \text{右股}^2, \quad \text{より}$$

$$\text{右股}^2 - 74 \text{右股} + 1248 = 576 - \text{右股}^2$$

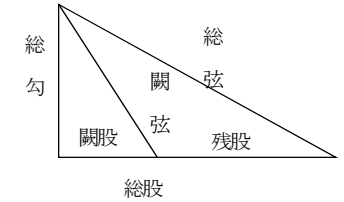
$$2 \text{右股}^2 - 74 \text{右股} + 672 = 0 \quad \text{右股}^2 - 37 \text{右股} + 336 = 0$$

$$(\text{右股} - 21)(\text{右股} - 16) = 0 \quad \text{右股} = 21, \text{右股} = 16$$

右股=21, 大斜=11+21=32, 右股=16, 大斜=11+16=27 となる。

答 大斜3尺2寸, 大斜2尺7寸

問43. 勾股(直角三角形)がある。総弦3尺5寸、闕股2尺、只云股と闕弦の和は3尺7寸、このとき総股はいくか。



問43. (解法)

$$1225 - (20 + \text{残股})^2 = (37 - \text{残股})^2 - 400$$

$$-\text{残股}^2 - 40 \text{残股} + 825 = 969 - 74 \text{残股} + \text{残股}^2$$

$$2 \text{残股}^2 - 34 \text{残股} + 144 = 0 \quad \text{残股}^2 - 17 \text{残股} + 72 = 0$$

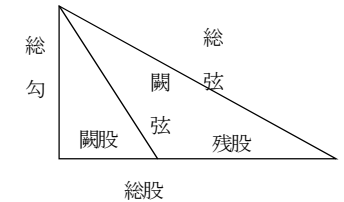
$$(\text{残股} - 8)(\text{残股} - 9) = 0$$

より残股=8, 9

総股=20+8=28, 総股=20+9=29 となる

答 総股2尺8寸, 総股2尺9寸,

問44. 勾股(直角三角形)がある。総弦2尺、残股1尺1寸、只云総勾と闕股の和は1尺7寸、このとき総勾はいくか。



問 44. (解法)

総勾=x, 闕股=y とおく,

$$20^2 - x^2 = (y + 11)^2$$

17-x=y 上の式に代入して

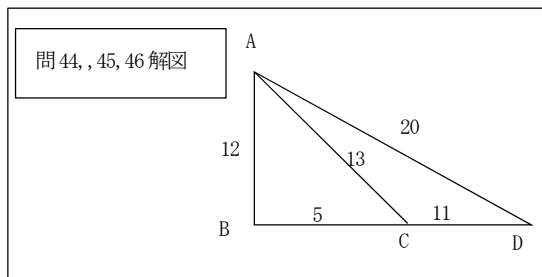
$$20^2 - x^2 = (28 - x)^2$$

$$2x^2 - 56x + 384 = 0$$

$$x^2 - 28x + 192 = 0$$

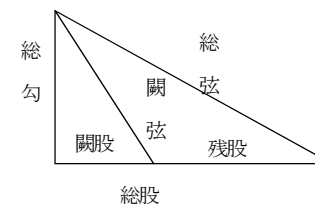
$$(x - 12)(x - 16) = 0 \quad x = 12, 16 (\text{不適})$$

答 総勾 1 尺 2 寸



問 44, 45, 46 解図

問. 46 勾股(直角三角形)がある。残股 1 尺 1 寸、闕弦 1 尺 3 寸、只云総弦と闕股の和は 2 尺 5 寸、このとき総股はいくか。



問 46. (解法)

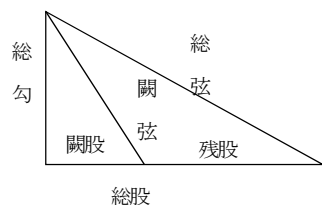
闕股=x, 総弦=y とおく

$$13^2 - x^2 = y^2 - (x + 11)^2, y = 25 - x \text{ より } x^2 - 72x + 335 = 0, x = 5, 67 (\text{不適})$$

$$\text{総股} = 16$$

答 総股 1 尺 6 寸

問. 45 勾股(直角三角形)がある。残股 1 尺 1 寸、闕股 5 寸、只云総弦と闕弦の和は 3 尺 3 寸、このとき総弦はいくか。



問 45. (解法)

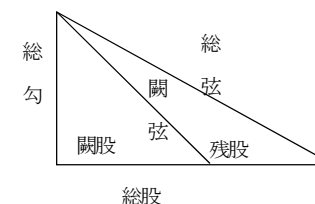
総弦=x, 残弦=y とおく, 闕股=5, 残股=11, だから $x^2 - 16^2 = y^2 - 5^2$

$33 - x = y$ を代入して 1089

$$x^2 - 16^2 = (33 - x)^2 - 5^2, 66x - 13200 = 0 \quad x = 20$$

答 総弦 2 尺

問. 47 勾股(直角三角形)がある。総弦 2 尺、只云残股と闕弦の和は 2 尺 1 寸、総勾と闕股は等しい、このとき総勾はいくか。



問 47. (解法)

AB=BC=x, CD=y とおく

$$AC=x\sqrt{2}$$

$$x^2+(x+y)^2=400$$

$x\sqrt{2}+y=21$ を代入する

$$x^2+\{x(1-\sqrt{2})+21\}^2=400$$

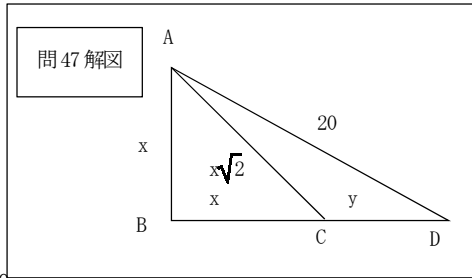
$$x^2(4-2\sqrt{2})+42x(1-\sqrt{2})+41=0$$

$$x = \frac{-21(1-\sqrt{2}) + \sqrt{441(1-\sqrt{2})^2 - 41(4-2\sqrt{2})}}{4-2\sqrt{2}}$$

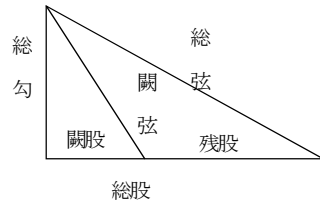
$$\approx \frac{8.698484 + 5.256343881}{1.171572876}$$

≒11.91119064 となる。

答 総勾1尺1寸9分1厘1毛191強



問. 48 勾股(直角三角形)がある。総弦1尺7寸、只云残股と闕弦の和は1尺9寸、このとき総勾はいくか。



問 48. (解法)

総勾=x, 闕弦=y, 残股=y,

闕股=A とおく,

$$x^2+(A+Z)^2=17^2, y^2=A^2+x^2$$

$$y+z=19, A=0.75x \text{ より}$$

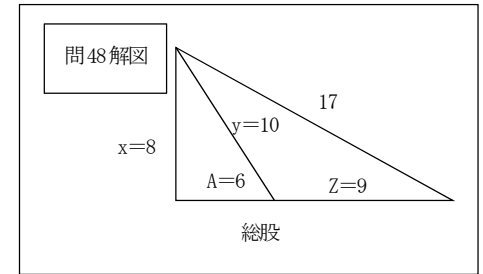
$$y^2=(0.75x)^2+x^2,$$

$$y=1.25x \text{ (負は不適)}$$

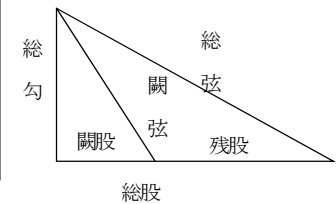
$$x^2+(0.75x+19-1.25x)^2=17^2$$

$$x^2+(19-0.5x)^2=17^2, 1.25x^2-19x+72=0, x=8, 7.2 \text{ (不適)}$$

答 総勾8寸



問. 49 勾股(直角三角形)がある。総股1尺6寸、只云総弦と闕弦の和は3尺3寸、このとき総勾はいくか。



問 49. (解法)

総勾=x, 闕弦=y, 総弦=z

とすると

$$z^2-x^2=256,$$

$$x+y=25, y+z=33 \text{ より}$$

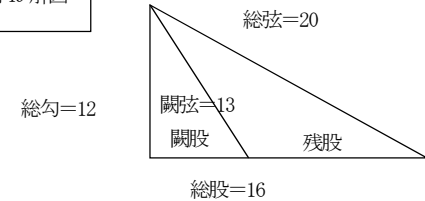
$$z=8+x \text{ を}$$

$$z^2-x^2=256 \text{ に代入すると}$$

$$16x=192 \text{ だから}$$

総勾=x=12, 闕弦=y=13, 総弦=z=20 をえる。

問49 解図



答 総勾1尺2寸

問. 50 勾股(直角三角形)がある。総弦1尺7寸、只云総勾と闕弦の和は1尺8寸、又云総股と闕弦の和のは2尺5寸。このとき総股はいくか。

問50. (解法)

総股=x, 総勾=y, 総弦=z

とすると

$$x^2 + y^2 = 289,$$

$$y + z = 18, \quad x + z = 25 \text{ より}$$

$$y = x - 7 \text{ を}$$

$$x^2 + y^2 = 289 \text{ に代入すると}$$

$x = 15$ だから総股=x=15, 闕弦=y=10, をえる。

答 総股1尺5寸

問50 解図

問. 51 稜(菱形)がある。積24寸、只云囲いと長の和は2尺8寸、長と濶の差は2寸。このとき濶の長さはいくか。

問51. (解法)

$$\text{長} - \text{濶} = 2, \quad 4 \text{ 斜} + \text{長} = 28, \quad \text{長} \times \text{濶} = 48$$

$$\text{長}(\text{長} - 2) = 48 \quad \text{長}^2 - 2 \text{ 長} - 48 = 0 \quad (\text{長} - 8)(\text{長} + 6) = 0$$

$$\text{長} = 8, \quad -6 \text{ (不適)}$$

計算すると長=8, 濶=6, 斜=5 となる。

答 濶6寸

問. 52 稜(菱形)がある。積24寸、只云囲いと長濶の和は3尺4寸。このとき濶の長さはいくか。

問52. (解法)

$$\text{長} \times \text{濶} = 48, \quad \text{長} + \text{濶} = 34$$

根と係数のしきより

$$t^2 - 34t + 48 = 0$$

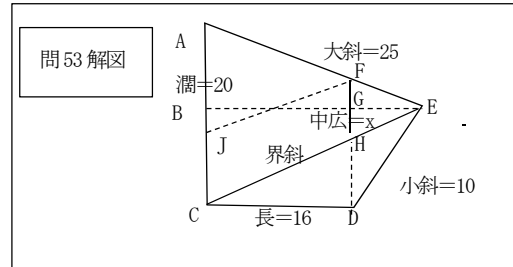
計算すると長=8, 濶=6

答 濶6寸

問. 53 不等四辺形がある。只云濶2尺、長1尺6寸、大斜2尺5寸、小斜1尺。このとき中広長さはいくか。

問 53. (解法)

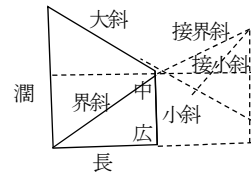
FH=JC になるように CE // JB
の補助線を引く、
中広=FH=x, GD=y, GE=z,
とおく、AB=20-y,
△ABC, △EGD, △AJF,
△EFH において



$(20-y)^2 + (16+z)^2 = 625$, $y^2 + z^2 = 100 \dots (1)$, $(20-x) : 16 = x : z$ より
 $131 + 32z = 40y \dots (2)$, $z = \frac{16x}{20-x}$ を (2) に代入して $381x + 2620 = 40(20-x) \dots$
 (3), (1) に代入して $y^2(20-x)^2 + 256x^2 = 100(20-x)^2 \dots (4)$ を計算する
 (3) より $y^2(20-x)^2 = 90.725625x^2 + 1247.775x + 4290.25 \dots (3)'$
 (4) より $y^2(20-x)^2 = -156x^2 - 4000x + 40000 \dots (4)'$
 (3)' = (4)' より $246.725625x^2 + 5247.775x - 35709.75 = 0$
 $x = 5.422385384$ となる。

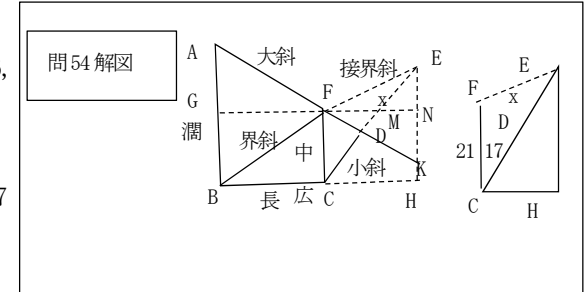
答 中広 5 寸 4 分 2 厘 2 毛 385 強

問.54 不等四辺形がある。濶 4 尺 8 寸、長 3 尺 6 寸、大斜 4 尺 5 寸、小斜 1 尺 7 寸。このとき接小斜はいくか。



問 54. (解法)

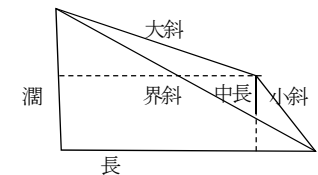
DE=x とおく
 AB=濶=48, BC=長=36,
 AF=大斜=45,
 CD=小斜=17,
 $AF^2 - BC^2 = AG^2$ より AG=27
 FC=中広=21 となる。
 △CFD ∽ △DEK だから



$x : 17 = EK : 21$ $EK = \frac{21}{17}x$, $48 : EK = 21 : EN$ $36 : CH = 21 : EN$
 △CEH において $CE = x + 17$, $CH = \frac{36}{21}EN = \frac{36}{21} \cdot \frac{21}{48} \cdot \frac{21}{17}x = \frac{63}{68}x$, $EH = EN + 21 = \frac{147}{272}x + 21$
 $(\frac{63}{68}x)^2 + (\frac{147}{272}x + 21)^2 = (x + 17)^2$ 整理してまとめると
 $63504x^2 + (147x + 5712)^2 = 73984(x + 17)^2$
 $63504x^2 + 21609x^2 + 1679328x + 32626944 = 73984x^2 + 2515456x + 21381376$
 $11129x^2 - 836128x + 11245568 = 0$
 $x = 17.548387096$ となる。

答 接小斜 1 尺 7 寸 5 分 4 厘 8 毛 3871 弱

問.55 不等四辺形がある。濶 9 寸、長 1 尺 2 寸、大斜 1 尺、小斜 6 寸。このとき中長はいくか。



問 55. (解法)

$\triangle ABC \sim \triangle EDF$

$BC : AC = DE : EF$

$12 : 15 = y : x$

一方 $\triangle ACD$ において

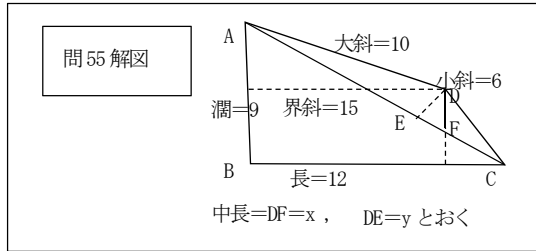
$AE = z$ とおくと

$$100 - z^2 = 36 - (15 - z)^2$$

だから $z = \frac{289}{30}$, $y = \frac{\sqrt{6479}}{30}$

$$12x = 15 \times \frac{\sqrt{6479}}{30} \quad x = \frac{\sqrt{6479}}{24} = 3.353843152 \dots \text{となる。}$$

答 中長 3 寸 3 分 5 厘 3 毛 843 強



方 $^2 = \frac{4+2\sqrt{3}}{8}x^2$, したがって 方 $= \frac{\sqrt{3+1}}{2\sqrt{2}}x$ だから

$$\frac{(x+2)(x+3)}{2x+5} = \frac{\sqrt{3+1}}{2\sqrt{2}}x \quad 2\sqrt{2}(x+2)(x+3) = (\sqrt{3+1})(2x+5)x$$

$$2\sqrt{2}(x^2+5x+6) = 2\sqrt{3}x^2+5\sqrt{3}x+2x^2+5x$$

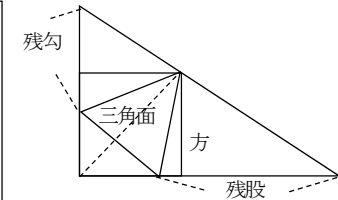
$$x^2(2+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}) + x(5+5\sqrt{3}-10\sqrt{2}) - 12\sqrt{2} = 0 \text{ (計算を簡単にするため数値を代入する)}$$

$$2.63567449x^2 - 0.48188159x - 16.97056274 = 0$$

$x = 2.6305390675480122903721917407299$ となる。

答 三角面 2 寸 6 分 3 厘 0539 微強

問 57 直角三角形がある。図のように正三角形が内接している。只云残勾 2 寸、残股 3 寸。このとき勾長さはいくか。



問 57. (解法)

$$\sqrt{2} \cdot \frac{y^2+5y+6}{2y+5} - \frac{1}{2}y\sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}y\sqrt{2}$$

$$2(y^2+5y+6) - y(2y+5) = \sqrt{3}y(2y+5)$$

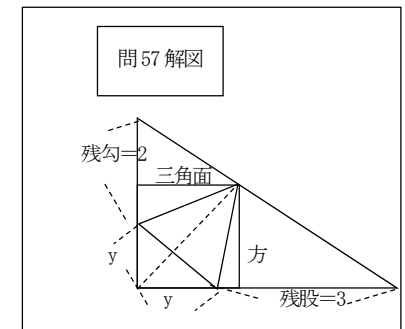
$$2\sqrt{3}y^2+5(\sqrt{3}-1)y-12=0$$

$$3.464101614y^2+3.660254035y-12=0$$

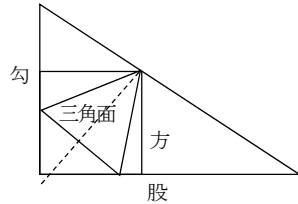
$$y = 1.405629366$$

$$\text{勾} = 2 + y = 3.405629366$$

答 勾 3 寸 4 分 06 毛 427 微弱



問 56 直角三角形がある。図のように正三角形が内接している。只云勾と三角面(正三角形の一边)の差が 2 寸、股と三角面の差が 3 寸。このとき三角面長さはいくか。



問 56. (解法)

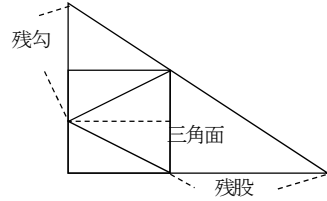
三角面 $=x$ とおく、

勾 $=x+2$, 股 $=x+3$, 方面 $=\frac{\text{勾股}}{\text{勾+股}}$, 方面 $=$ 方とする。

$$2(\text{方} - \sqrt{x^2 - \text{方}^2}) = x^2$$

$$16\text{方}^2(x^2 - \text{方}^2) = x^4, \quad 16\text{方}^4 - 16\text{方}^2x^2 + x^4 = 0, \text{ 方程式を解くと}$$

問.58 直角三角形がある。図のように正三角形が内接している。只云残勾7寸、残股9寸。このとき三角面の長さはいくか。



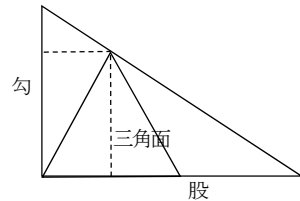
問.58. (解法)

三角面=x とおくと直角三角形では残勾と $\frac{x}{2}$ 差と残股の積は内接長方形となるの

で $9(7-\frac{x}{2})=x^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ より $9(14-x)=\sqrt{3}x^2$ をとくと $x=6.317984233$ となる。

答 三角面の長さ6寸3分1厘7毛984強

問.59 直角三角形がある。図のように正三角形が内接している。積が10寸、只云、三角形の1辺3寸。このとき勾の長さはいくか。



問.59. (解法)

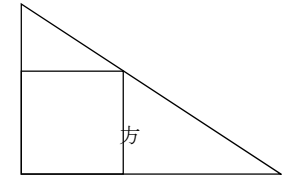
勾の1辺の長さをx, 股の長さをy とすると

$$\frac{1.5(x-1.5\sqrt{3})}{2} + \frac{(y-1.5)1.5\sqrt{3}}{2} + 1.5^2\sqrt{3} = 10, xy=20 \text{ より}$$

$$1.5x + 1.5\sqrt{3}y = 20, 1.5x^2 - 20x + 30\sqrt{3} = 0, x = 3.53562398$$

答 勾の長さ3寸5分3厘5毛624微弱

問.60 直角三角形がある。図のように正方形が内接している。只云勾股和と方(正方形の1辺)の和は6尺1寸、又云弦と方の差2尺3寸。このとき方面の長さはいくか。



問.60. (解法)

正方形の1辺を方とすると勾+股+方=61, 弦-方=23

方 $\frac{\text{勾股}}{\text{勾+股}}$, 勾²+股²=弦², より勾股=方(61-方), 勾²+股²+2勾股=(61-方)²,

勾²+股²=方(61-方)(61-3方), (61-方)(61-3方)=(23+方)²

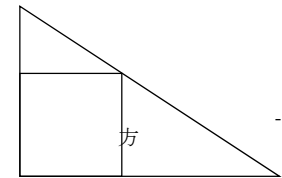
$$3721 - 244\text{方} + 3\text{方}^2 = 529 + 46\text{方} + \text{方}^2$$

$$2\text{方}^2 - 290\text{方} + 3192 = 0, \text{方}^2 - 145\text{方} + 1596 = 0$$

$$(\text{方}-12)(\text{方}-133) = 0, \text{方}=12, \text{方}=133(\text{不適})$$

答 方面の長さ1尺2寸

問.61 直角三角形がある。図のように正方形が内接している。只云弦と方の和が4尺7寸、又云勾股和と方の差3尺7寸。このとき勾の長さはいくか。



問 61. (解法)

弦+方=47 , 勾+股一方=37,

$$\text{弦} + \frac{\text{勾股}}{\text{勾+股}} = 47, \quad \text{勾+股} - \frac{\text{勾股}}{\text{勾+股}} = 37, \quad \text{勾+股+弦} = 84$$

$$(\text{勾+股})^2 = (84 - \text{弦})^2, \quad 2 \text{ 勾股} = 7056 - 168 \text{ 弦},$$

$$\text{弦} + \frac{\text{勾股}}{\text{勾+股}} = 47, \quad \text{弦} + \frac{3528 - 84 \text{ 弦}}{84 - \text{弦}} = 47$$

$$- \text{弦}^2 + 84 \text{ 弦} + 3528 - 84 \text{ 弦} = 3948 - 47 \text{ 弦}, \quad \text{弦}^2 - 47 \text{ 弦} + 420 = 0$$

$$(\text{弦} - 35)(\text{弦} - 12) = 0, \quad \text{弦} = 35, \quad 12 \text{ (不適)}$$

勾+股=49 , 方=12 , 勾=21, 股=28 となる。

答 勾の長さ 2 尺 1 寸

$s = \frac{x^2}{4}\sqrt{3}$ 正方形の面積 $95+s$ だから正方形の一辺の長さ $CD = \sqrt{95+s}$ 従って \triangle

ADC は直角二等辺三角形だから $AB = CD = \sqrt{95+s} \div \sqrt{2}$ を計算すると

$\sqrt{47.5 + \frac{x^2\sqrt{3}}{8}}$ となる。一方 $\triangle ABF$ は $\angle AFB = 30^\circ$ の直角三角形だから $BF = \frac{x}{2}$, AB

$$= \frac{x\sqrt{3}}{6} \text{ となる。 } BF = BC = \frac{x}{2} + 3$$

$$AC - BC = AB \text{ に代入すると } \sqrt{47.5 + \frac{x^2\sqrt{3}}{8}} - \left(\frac{x}{2} + 3\right) = \frac{x\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{47.5 + \frac{x^2\sqrt{3}}{8}} = \frac{x\sqrt{3}}{6} + \left(\frac{x}{2} + 3\right) \text{ 両辺を平方して}$$

$$47.5 + \frac{x^2\sqrt{3}}{8} = \frac{x^2}{12} + \frac{x\sqrt{3}}{3} \left(\frac{x}{2} + 3\right) + \frac{x^2}{4} + 3x + 9$$

$$3420 + 9x^2\sqrt{3} = 6x^2 + 12\sqrt{3}x^2 + 72x\sqrt{3} + 18x^2 + 216x + 648$$

$$(3\sqrt{3} + 24)x^2 + (72\sqrt{3} + 216)x - 2772 = 0 \text{ 係数の } \sqrt{3} = 1.732050807 \text{ として計算する}$$

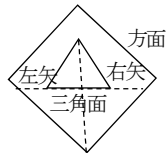
$$29.19615242x^2 + 340.7076581x - 2772 = 0$$

$$x = \frac{-170.353829 + \sqrt{170.353829^2 + 29.19615242 \times 2772}}{29.19615242}$$

$$= 5.522526413 \dots \text{ となる。}$$

答 三角面の長さ 5 寸 5 分 2 厘 2 毛 526 強

問 62 正方形がある。図のように正三角形が内接している。方(正方形の 1 辺)の面積と三角形面積の差は 59 寸、只云左右各矢は 3 寸。このとき三角面の長さはいくか。

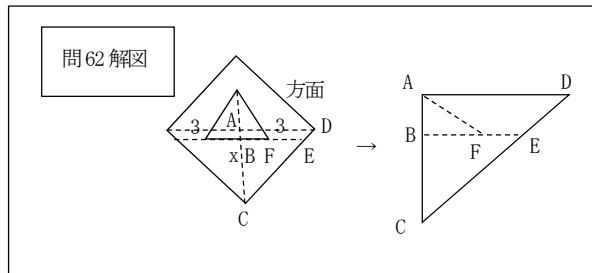


問 62. (解法)

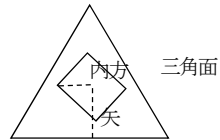
三角面=x とおく

$$BF = \frac{x}{2}, \quad EF = 3$$

正三角形の面積



問. 63 三角形がある。図のように正方形が内接している。三角形面積と正方形の1辺の面積との差は35寸、只云矢は1寸。このとき内の正方形の1辺の長さはいくか。



問 63. (解法)

正△ABC, 正方形 DEFG, 三角形の中心を O として三角面=AB=x, AO=BO=OC=y, 正方形の1辺の長さを a とすると

三角形の面積= $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 正方形の面積= a^2

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - a^2 = 35, y = \frac{\sqrt{3}}{3}x, OH = \frac{\sqrt{2}}{2}a + 1 \text{ (矢)}$$

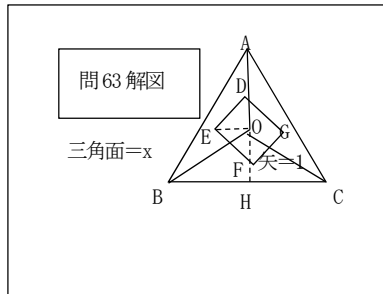
△BOE において

$$y^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a + 1\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 \text{ より } x^2 = 12\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a + 1\right)^2$$

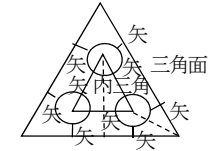
$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - a^2 = 35 \text{ に代入すると } a^2(3\sqrt{3} - 2) + 6\sqrt{6}a + 6\sqrt{3} - 70 = 0$$

$\sqrt{3} = 1.732050807, \sqrt{6} = 2.449489742$ を代入して解くと
a = 2.593279048 を得る。

答 内正方形1辺の長さ 2寸5分9厘3毛279微強

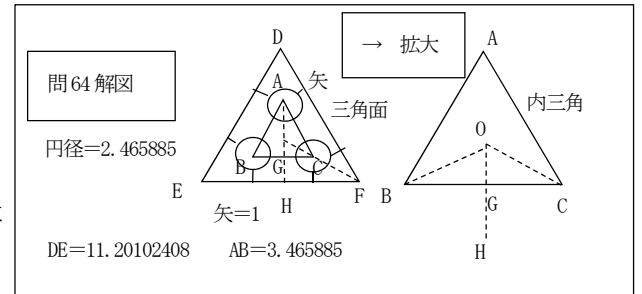


問. 64 三角形がある。図のように円3個が内接している。円面積と外三角形の面積との差は40寸、只云9矢は各1寸。このとき内の小円の直径の長さはいくか。



問 64. (解法)

小円径=x,
外三角形 DEF の一辺
=a と置くと
内三角形 ABC の一辺は
=1+x
外内の三角形の中心



を O, 中心から垂直に下ろした△ABC と△DEF との交点をそれぞれ G, H とすると
OH = OG + GH だから $\frac{1}{2\sqrt{3}}(1+x) + 1 + \frac{x}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}a$ これをまとめて a について解く

と $a = x + 1 + \sqrt{3}(x + 2)$ となる。題意より
△DEF の面積は = 40 + 3 × 小円の面積

だから $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 40 + \frac{3}{4}\pi x^2$ を整理すると $\sqrt{3}a^2 = 160 + 3\pi x^2$ に代入する

$$a^2 = (x + 1)^2 + 2\sqrt{3}(x + 1)(x + 2) + 3(x + 2)^2 = 4x^2 + 14x + 13 + 2\sqrt{3}(x + 1)(x + 2)$$

$$3\pi x^2 = \sqrt{3}\{4x^2 + 14x + 13 + 2\sqrt{3}(x + 1)(x + 2)\} - 160$$

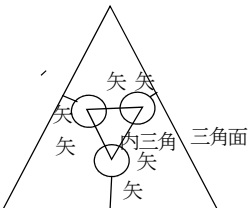
$$3\pi x^2 = 4\sqrt{3}x^2 + 14\sqrt{3}x + 13\sqrt{3} + 6x^2 + 18x + 12 - 160$$

$$(3\pi - 4\sqrt{3} - 6)x^2 - (18 + 14\sqrt{3})x + 148 - 13\sqrt{3} = 0$$

(9. 424776-6. 928203228-6)x²-(18+24. 24871129)x+125. 4833396=0
 3. 503427228x²+42. 24871129x-125. 4833396=0
 x=2. 46588466 となる。

答 小円径の長さ 2 寸 4 分 6 厘 5 毛 885 弱

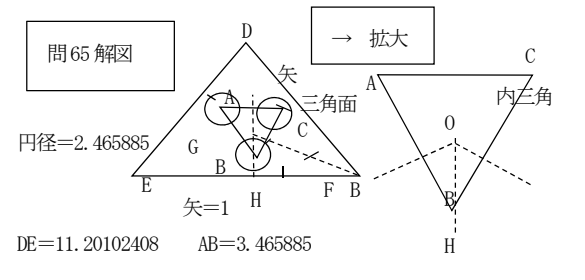
問. 65 三角形がある。図のように円 3 個が内接している。円面積と外三角形の面積との差は 40 寸、只云 6 矢は各 1 寸。このとき内の小円の直径の長さはいくか。



問 65. (解法)

前問同様小円径=x、
 外三角形 DEF の一辺
 =a と置くと
 内三角形 ABC の一辺は
 =1+x

問 65 解図



外内の三角形の中心

を O、中心から垂直に下ろした△DEF との交点をそれぞれ H とすると

OH=OB+BH 　だから $\frac{1}{\sqrt{3}}(1+x)+1+\frac{x}{2}=\frac{1}{2\sqrt{3}}a$ これをまとめて a について解くと

$a=2(x+1)+\sqrt{3}(x+2)$ となる。題意より

$$\{a-2(x+1)\}^2=3(x+2)^2$$

$$a=2(1+x)+\sqrt{3}(x+2)$$

△DEF の面積は=40+3×小円の面積

だから $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=40+\frac{3}{4}\pi x^2$ を整理すると $\sqrt{3}a^2=160+3\pi x^2$ に代入する

$$3\pi x^2=\sqrt{3}a^2-160$$

$$3\pi x^2=\sqrt{3}\{2(1+x)+\sqrt{3}(x+2)\}^2-160$$

$$=\sqrt{3}\{4+8x+4x^2+4\sqrt{3}(1+x)(x+2)+3x^2+12x+12\}-160$$

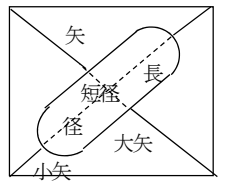
$$(3\pi-7\sqrt{3}-12)x^2-2(10\sqrt{3}+24)x+136-16\sqrt{3}=0$$

$$14. 69957964x^2+70. 6410164x-108. 2871871=0$$

x=1. 222124 を得る。

答 小円径の長さ 1 寸 2 分 2 厘 2 毛 124 微強

問. 66 正方形がある。図のように帯直円 (半円と直線) が内接している。正方形面積と帯直円の面積との差は 142 寸、只云 大矢は各 8 寸、小矢は 2 寸。このとき帯直円の短径の長さはいくか。



問 66. (解法)

正方形の一边を a, 短径を x,

長径-x=y とすると

$$\sqrt{2a} = x + 16 = 4 + x + y$$

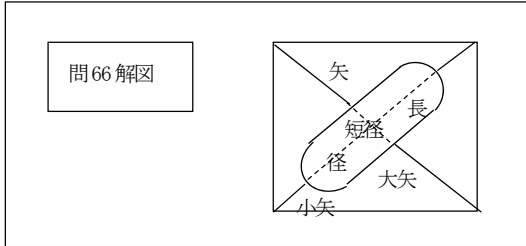
$$y = 12$$

$$a^2 - \left(\frac{1}{4}x^2\pi + 12x\right) = 142$$

$2a^2 = (x+16)^2$ を上の式に代入して、 $\pi = 3.141592$ で計算すると

$$0.570796x^2 - 8x + 28 = 0 \text{ となり } x = 6.774678 \text{ を得る。}$$

答 短径の長さ 6 寸 7 分 7 厘 4 毛 678 弱



問 67. (解法)

長=20, 平=15 だから

斜=25

斜 : 長 = 4 : 子

子=3.2

△ABC において

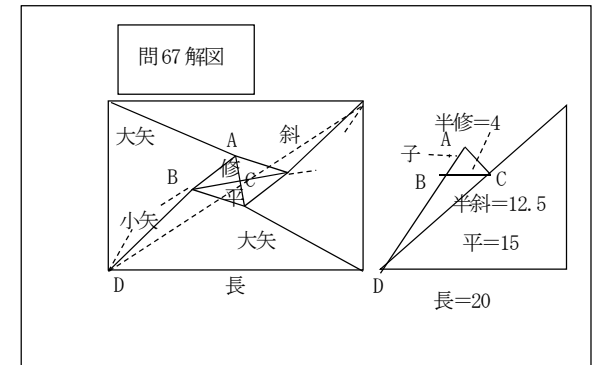
BC=4, AB=子=3.2

AC=2.4 だから

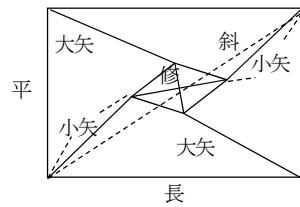
△ADC において

DC=12.5, AC=2.4, AD=12.26743657 となり、矢=BD=12.26743657-3.2=9.06743567 となる。

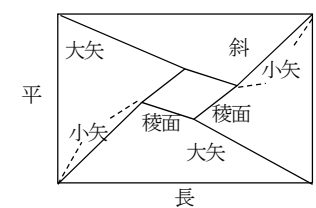
答 小矢の長さ 9 寸 06 厘 7 毛 437 弱



問. 67 長方形がある。図のように稜(菱形)が内接している。只云直長は 2 尺、平は 1 尺 5 寸、稜修は 8 寸。このとき小矢の長さはいくか。



問. 68 長方形がある。図のように稜(菱形)が内接している。只云直長は 1 尺 5 寸、大矢は 8 寸、小矢は 7 寸。このとき稜面の長さはいくか。



問 68. (解法)

稜面=x とおく、

稜面+大矢=8+x(子)

DE=大矢-小矢=1, AF=7,

△ABF において

$$AB^2 = BF^2 + AF^2 - 2BF \cdot AF \cos \angle AFB$$

$$\cos \angle AFB = \frac{CF}{AF} \text{ だから}$$

$$AB^2 = BF^2 + AF^2 + 2BF \cdot CF$$

$$2BF \cdot CF = AB^2 - BF^2 - AF^2 \quad , \text{ 直角} \triangle ACF \text{ の直角} \triangle EFD \text{ から } AF : EF = CF : DE$$

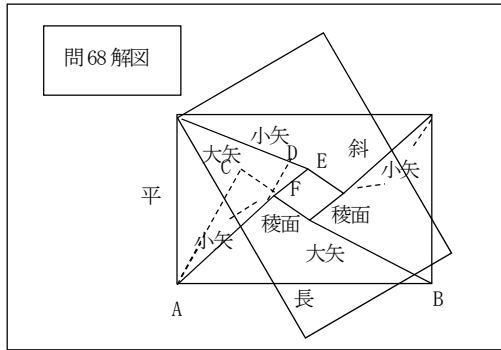
$$CF = \frac{AF \cdot DE}{EF} = \frac{7}{x} \quad \text{となるから } 2BF \cdot CF = AB^2 - BF^2 - AF^2 \text{ に代入して}$$

$$2(8+x) \cdot \frac{7}{x} = 225 - (8+x)^2 - 49 \quad , \quad 14(8+x) = 112x - 16x^2 - x^3$$

$$x^3 + 16x^2 - 98x + 112 = 0$$

x=3.329798 となる。

答 稜面の長さ 3 寸 3 分 2 厘 9 毛 798 強



問 69. (解法)

題意より HD=9, FH=5, GK=7

FD=x とおく

△FOK において

$$FH^2 + GK^2 = 4FK^2$$

$$25 + 49 = 74 \quad \text{より } FK = \sqrt{18.5}$$

△FHK ∼ △ODE より

$$\frac{1}{2}FH : FK = \frac{1}{2}ED : \frac{1}{2}AD \quad FH : 2FK = ED : AD$$

$$FH \cdot AD = 2FK \cdot ED \quad AD = \frac{2FK \cdot ED}{FH}$$

△OMH ∼ △OHK より

$$MH : OH = OH : HK \quad OH^2 = MH \cdot HK \quad 4MH \cdot HK = FH^2 \quad MH = \frac{FH^2}{4HK} = \frac{25}{4\sqrt{18.5}}$$

△OHD において

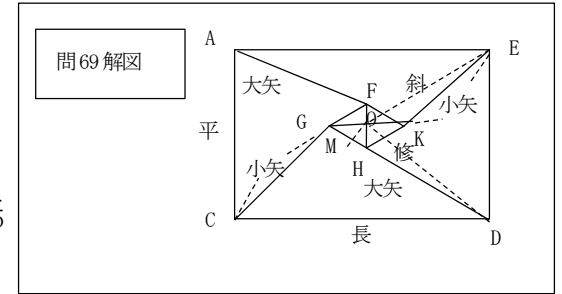
$$\left(\frac{1}{2}AD\right)^2 = OH^2 + HD^2 - 2OH \cdot HD \cos \angle OHD \quad \angle OHD = \frac{HM}{OH} \quad 2OH = FH$$

$$\frac{1}{4}AD^2 = \frac{1}{4}FH^2 + HD^2 + 2MH \cdot HD$$

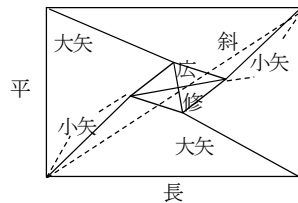
$$\frac{FK^2 \cdot ED^2}{FH^2} = \frac{1}{4}FH^2 + HD^2 + 18 \frac{25}{4\sqrt{18.5}} \quad \frac{18.5 \cdot x^2}{25} = 6.25 + 81 + 26.15571872$$

$$x = 12.37945762$$

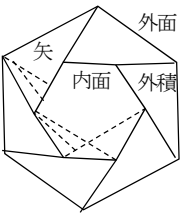
答 平の長さ 1 尺 2 寸 3 分 7 厘 9 毛 458 弱




問. 69 長方形がある。図のよ
うに稜(菱形)が内接してい
る。只云稜修は7寸、広は5
寸、大矢は9寸。このとき平
の長さはいくか。



問. 70 正五角形がある。図のように正五角形が内接している。只云毎面外積は5寸、このとき内五角形の1辺の長さはいくか。



問. 71 円がある。図のように正五角形が内接している。外余積(円の面積から五角形を引いた残り)は40寸、只云5矢各2寸、このとき内五角形の1辺の長さはいくか。



問 70. (解法)

内五角面=xとおく

子=x+2,

2外積=丑(x+2)

10=丑(x+2)

正五角形ABCDEFより

※矢²-小面²=小面矢

(証明) △ABCの△ABD

小面 : 矢-小面=矢 : 小面

小面²=矢(矢-小面)

矢=2を代入して小面を求めると

小面²+2小面-4=0

小面=1.236067

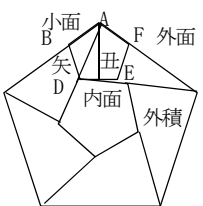
一方丑²=矢²- $\frac{\text{小面}^2}{4}$ だから矢, 小面を代入して

丑=1.902113032 これを10=丑(x+2)に代入すると

x=3.257311124となる。

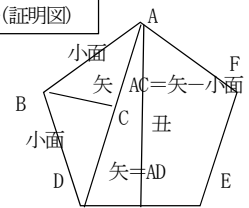
答 内五角形の1辺の長さ3寸2分5厘7毛311強

問 70 解図



正五角形ABCDEF
を次に拡大する

矢²-小面²=小面矢(証明図)



問 71. (解法)

△ABCにおいて∠ABC=54°

だからBD=xとおくと

AD=x tan 54°, 円の半径=r

とすると

弦EF=2x+4となるから

$(x+2)^2 = (r + \tan 54^\circ)(r - \tan 54^\circ)$

$(x+2)^2 = (r^2 - \tan^2 54^\circ)$ より $r^2 = (x+2)^2 + \tan^2 54^\circ$ になる。

$\pi r^2 - 5x^2 \tan 54^\circ = 40$

$\pi \{ (x+2)^2 + \tan^2 54^\circ \} - 5x^2 \tan 54^\circ = 40$

$x^2 \{ (1 + \tan^2 54^\circ) \pi - 5 \tan 54^\circ \} + 4x \pi + 4 \pi - 40 = 0$

$\pi = 3.141592, \tan 54^\circ = 1.37638192$ だから代入して整理すると

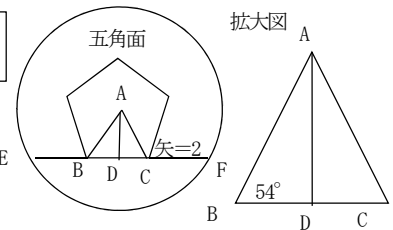
$2.211199701x^2 + 12.566368x - 27.433632 = 0$

$x = (-6.283184 + 10.00697956) \div 2.211199701$

$= 1.684061172 \quad 2x = 3.368122344$ となる。

答 内五角形の1辺の長さ3寸3分6厘8毛121弱

問 71 解図



問. 72 円がある。図のように長方形が内接している。外余積(円の面積から長方形を引いた残り)は77寸、只云角矢各2寸、長平差は3寸。このとき円の直径はいくか。

問72. (解法)

円の直径を x とし、 $\square ABCD$ の $AB=y$ とすると $AD=x-4$, $BD=y+3$

となるから

$$y^2 + (y+3)^2 = (x-4)^2 \text{ より}$$

$$2y^2 + 6y = x^2 - 8x + 7$$

一方題意より

$$\frac{x^2}{4} \pi - y(y+3) = 77$$

$$\pi x^2 - 2(x^2 - 8x + 7) = 308 \quad \pi = 3.141592 \text{ とすると}$$

$$1.141592x^2 + 16x - 322 = 0 \text{ これを解いて } x = 11.19034421 \text{ となる。}$$

答 円の直径1尺1寸1分9厘0314強

問72解図

問. 73 円がある。図のように長方形が内接している。外余積(円の面積から長方形を引いた残り)は105寸、只云大矢各4寸、小矢は3寸。このとき長方形の平の長さはいくか。

問73. (解法)

$$\text{平} = \text{直径} - 8, \text{長} = \text{直径} - 6, \quad \frac{\pi}{4} \text{直径}^2 - \text{長} \cdot \text{平} = 105, \quad \pi = \frac{355}{113} \text{ とする。}$$

$$\text{直径}^2 \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right) - (\text{直径} - 8)(\text{直径} - 6) = 0, \quad \text{直径} = 13.88298676, \quad \text{平} = 5.88298676$$

(現代解法) 平 = x とおくと 長 = $x+2$ より

$$355(x+8)^2 - 452x(x+2) = 105 \times 452 \text{ をとくと } x = 5.882981247 \text{ となる。}$$

答 平の長さ5寸8分8厘2毛981強

問. 74 甲乙丙丁の帯直円(図のような半円と直線)がある。全部の積和が142寸で只云甲乙長径差4寸、短径差2寸、乙丙長径差3寸、短径差1寸、丙丁長径差2寸、短径差1寸、又云甲長短径差8寸。このとき甲の短径はいくか。

問 74. (解法)

『求積』問. 18 より帯直円の面積=(長径-短径)短径+ $\frac{1}{4}$ 短径²π

甲の短径を x とおくと

甲の面積は $8x + \frac{1}{4}x^2\pi$, 乙の面積は $6(x-2) + \frac{1}{4}(x-2)^2\pi$,

丙の面積は $4(x-3) + \frac{1}{4}(x-3)^2\pi$, 丁の面積は $3(x-4) + \frac{1}{4}(x-4)^2\pi$

まとめると $21x - 36 + \frac{1}{4}\pi(4x^2 - 18x + 29) = 142$ これを解くと $x = 6.02126683$

答 甲の短径 6 寸 02 厘 1 毛 267 弱

問. 75 甲乙丙丁戊の帯直円(図のような半円と直線)がある。全部の積和が 250 寸で只云各長径和は 45 寸、又云各短径和は 30 寸戊の短径の長さはいくか。

問 75. (解法)

これは等差数列を為すものと考えます。

戊の短径を x とおき、公差を d とすると前問の帯直円の面積=(長径-短径)短径

+ $\frac{1}{4}$ 短径²πより短径の和=30, 長径の和=45 だから差=15、戊の短径 x,

長径=x+3,

また甲の短径は x+4d で短径の和が 30 だから x+2d=6 であることがわかる。公

式から全体は $250 = 3 \times 30 + \frac{1}{4}(x^2 + (x+d)^2 + (x+2d)^2 + (x+3d)^2 + (x+$

$4d)^2)\pi$ と x+2d=6 より $\pi = 3.141592$ とすれば $x^2 - 12x + 26.5126529 = 0$ となり

x=2.919846251 が得られる。

答 戊の短径 2 寸 9 分 1 厘 9 毛 085 微弱

問. 76 今甲六角、乙方、丙円、丁三角(注和算では六角、三角は正六角、正三角形を方は正方形を表す)がある。全部の和は 54 寸。只云甲乙丁の三個方面(1 辺の長さ)と円径の和は 11 寸である。このとき丁三角形の 1 辺の長さはいくか。

問 76. (解法)

共積=54 寸では丁三角形の 1 辺は 1.010677 寸にならない。

丁三角形の 1 辺の長さが答の 1.010677 であれば面積 S=0.442308616

丙円の直径は 2.17022566 で面積 S=3.69912987

乙正方形の 1 辺の長さは 3.32977433 で面積 S=11.08739708

甲六角形の 1 辺の長さは 4.4893323 であれば面積 S=52.36168226

となり、各辺の長さ、円の直径の合計は 11 で成り立つが、面積の合計

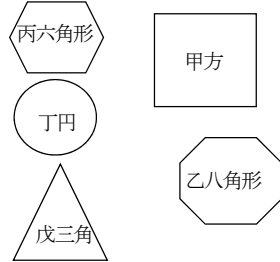
甲+乙+丙+丁=67.59051374 となり、54 とは程遠い。

尚術文は丁三角形の 1 辺を 6x, 丙の直径を 11+2x, 乙の 1 辺を 22-2x

、甲 1 辺の長さを 33-6x とし計算している。

答 丁三角形の 1 辺の長さ 1 寸 01 厘 0677 強

問. 77 今甲方、乙八角、丙六角、丁円、戊三角(注前問と同じ)がある。全部の和は 270 寸。只云丁戊差と丙丁差は 1 寸、甲乙差と丁戊差は等しい。又云 4 個方面(1 辺との長さ)と円径の和は 30 寸である。このとき甲正方形の 1 辺の長さはいくか。

**問 77.** (解法)

甲の一辺= x とおく、題意より丁の直径は $30-4x$ となる。正八角形の一辺を乙、正六角形の一辺を丙、正三角形の一辺を戊とする。題意より $x-乙=30-4x-戊$ 、 $乙-戊=5x-30$ ・・・(1) 同じく題意より $丙-2(30-4x)+戊=1$ 、 $丙+戊=61-8x$ ・・・(2) (1)+(2)= $乙+丙=31-3x$ ・・・(3) 更に題意より $乙-丙=丙-(30-4x)$ だから $乙=2丙-(30-4x)$ に(3)を代入して $31-3x-丙=2丙-(30-4x)$ まとめると $丙=\frac{61-3x}{3}$ ・・・(4)

(4)を(3)、(2)に代入すると $乙=\frac{32-2x}{3}$ 、 $戊=\frac{122-17x}{3}$ が得られる。

面積は正八角形= $\frac{2乙^2}{0.4142}$ 、正六角形= $1.5\sqrt{3}丙^2$ 、円の面積= $\frac{(30-4x)^2}{4}\pi$ 、

正三角形= $0.25\sqrt{3}戊^2$ だから

$$x^2 + \frac{2\left(\frac{32-2x}{3}\right)^2}{0.4142} + 1.5\sqrt{3}\left(\frac{61-3x}{3}\right)^2 + \frac{(30-4x)^2}{4}\pi + 0.25\sqrt{3}\left(\frac{122-17x}{3}\right)^2 = 270$$

$$x^2 + 4.828585224\left(\frac{32-2x}{3}\right)^2 + 2.59807621\left(\frac{61-7x}{3}\right)^2 + 0.785398(30-4x)^2 +$$

$$0.433012701\left(\frac{122-17x}{3}\right)^2 = 270$$

$$9x^2 + 4.828585224(4x^2 - 128x + 1024) + 2.59807621(49x^2 - 854x + 3721) + 7.068582(16x^2 - 240x + 900) + 0.433012701(289x^2 - 4148x + 14884) = 2430$$

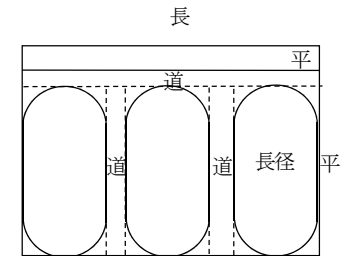
$$x^2(9 + 19.314340896 + 127.30573429 + 113.097312 + 125.140670589) - x(618.058908672 + 2218.75708334 + 1696.45968 + 1796.136683748) + 4944.471269376 + 9667.44157741 + 6361.7238 + 6444.961041684 - 2430 = 0$$

$$393.858057775x^2 - 6329.41235576x + 24988.59768847 = 0$$

$x=6.9778$ となる。

答 甲方の 1 辺の長さ 6 寸 9 分 7 厘 7 毛 801 弱

問. 78 今直田一段ある。長が 28 歩、平が 17 歩、図の如く道を開く、残り積を 4 段に切る。3 段は帯直円を作る。帯直円の長短径差 4 歩のとき道の広さはいくか。



問 78. (解法)

道の広さ=x, 短径=y とおく

$$\frac{y^2}{4}\pi + 4y = 28(17 - x - y - 4) \dots \dots \dots (1)$$

$$2x + 3y = 28 \dots \dots \dots (2)$$

(1)に(2)を代入して

$$y^2\pi + 16y = 112(-1 + 0.5y)$$

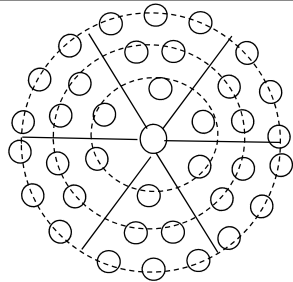
$$y^2\pi - 40y + 112 = 0 \text{ これを解くと}$$

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 112\pi}}{\pi} \quad y \approx 8.574767735$$

長径 ≈ 12.574767735 $x = \text{道の広さ} \approx 1.137848$ となる。

答 道の広さ 1 歩 1 分 3 厘 7 毛 856 弱

問. 79 今圭塚(1, 2, 3, ...をいう)、円塚(1, 6, 12, 18, ...をいう)が各 1 段、全部で 208 個、只云圭底子(1, 2, 3, ...)と円外囲は等しい。このとき圭底子と外囲はいくらか。(問題には図はない)



問 79. (解法)

ここでは $1+6+12+18=37$ と $1+2+3+\dots+18=171$ を考えている。

答 底子外囲各 18 個

(注)

円塚は

左図のように

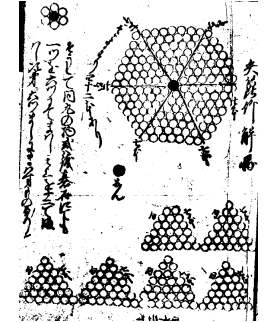
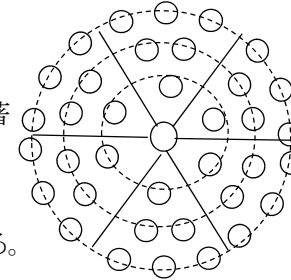
1, 6, 12, 18, ...

『改算記』山田正重著

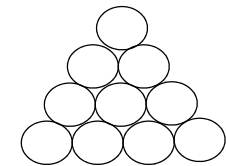
万治 2 年(1659 年)

にあり一般的には

竹束問題として現れる。



問. 80 今圭塚(1, 2, 3, ...をいう)、円塚が各 1 段、全部で 251 個、只云圭底子(1, 2, 3, ...)と円外囲は 5 個(1, 6, 12, 18, 30)。このとき圭底子はいくらか。(問題には図はない)



問 80. (解法)

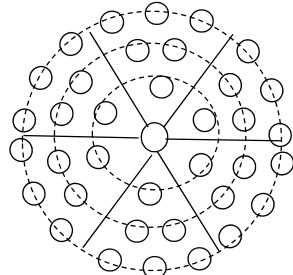
$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1+6+12+18+24=67$$

$$61 + \frac{n(n+1)}{2} = 251 \quad n(n+1) = 380 \text{ より } n=19$$

答 圭底子 19 個

問. 81 今圭塚(1, 2, 3, …をいう)、円塚
 が各 1 段、全部で 868 個、只云圭底子
 (1, 2, 3, …)と円外圍は 2 個少ない。
 このとき円外圍はいくらか。



問 81. (解法)

$$1+2+3+\dots+(n+2) = \frac{(n+2)(n+3)}{2}$$

$$1+6(1+2+3+4+\dots+(n-30)) = 1+3(n-30)(n-29)$$

$$\frac{(n+2)(n+3)}{2} + 1+3(n-30)(n-29) = 868, n=36$$

答 円外圍各 36 個

問. 82 今三角塚(1, 3, 6, …をいう)、四角塚(1, 4, 9, …)が各 1 段、全部
 で 1920 個。このとき底子(n)はいくらか。

問 82. (解法) (参考)

$$\text{三角塚積 } 1+3+6+\dots+120=680$$

$$\text{四角塚積 } 1+4+9+\dots+225=1240$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{6} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 1920$$

$$n(n+1)^2 = 3840 \text{ より } n=15$$

答 底子各 15 個

問. 83 今三角塚(1, 3, 6, …をいう)、四角塚(1, 4, 9, …)が各 1 段、全部
 で 5395 個。三角底子が四角底子より 6 個多いときこのとき四角底子(n)は
 いくらか。

問 83. (解法)

$$\frac{(n+6)(n+7)(n+8)}{6} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 5395$$

両辺を 6 倍する。

$$(n+6)(n+7)(n+8) + n(n+1)(2n+1) = 32370$$

$$n^3 + 21n^2 + 146n + 336 + 2n^3 + 3n^2 + n = 32370$$

$$3n^3 + 24n^2 + 147n - 32304 = 0$$

$$\text{算木で計算したもの } \begin{array}{r} 3 \quad 24 \quad 147 \quad -32304(19 \\ \underline{\hspace{1em} 57 \quad 1539 \quad 32304} \\ 3 \quad 81 \quad 1686 \quad 0 \end{array}$$

$$n=19$$

答 四角底子 19 個

問. 84 今三角塚(1, 3, 6, …をいう)、四角塚(1, 4, 9, …)が各 1 段、全部
 で 10014 個。三角底子が四角底子が 5 個少ないときこのとき三角底子
 (n)はいくらか。

問 84. (解法)

$$\frac{(n+6)(n+7)(n+8)}{6} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 10014$$

両辺を6倍する

$$n(n+1)(n+2) + (n+5)(n+6)(2n+1) = 60084$$

$$n^3 + 3n^2 + 2n + 2n^3 + 33n^2 + 181n + 330 = 60084$$

$$3n^3 + 36n^2 + 183n + 330 = 60084$$

$$n^3 + 12n^2 + 61n - 19918 = 0 \text{ 算木で計算したもの}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 12 \quad 61 \quad -19918 \quad (23) \\ \underline{ \quad 23 \quad 805 \quad 19918} \\ 1 \quad 35 \quad 866 \quad 0 \end{array}$$

$$n=23$$

答 三角底子 23 個

問. 85 今圭堦(1, 2, 3, …をいう)、三角堦(1, 3, 6, …をいう)、四角堦(1, 4, 9, …)が各1段、全部で2048個。只云各底子は等しいとき、底子(n)いくらか。

問 85. (解法)

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)(n+2)}{6} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 2048$$

$$n(n+1)(n+2) = 4080$$

$$n^3 + 3n^2 + 2n - 4080 = 0 \text{ 算木で計算したもの}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \quad -4080 \quad (15) \\ \underline{ \quad 15 \quad 270 \quad 4080} \\ 1 \quad 18 \quad 272 \quad 0 \end{array}$$

$$n=15$$

答 底子各 15 個

問. 86 今圭堦(1, 2, 3, …をいう)、円堦、四角堦(1, 4, 9, …)が各1段、全部で3027個。只云円の外囲いは圭底子より3個少なく引く、四角底子はそれより5個多いとき、圭底子(n)いくらか。

問 86. (解法)

$$\frac{n(n+1)}{2} + 1 + 6 \frac{(n-12)(n-11)}{2} + \frac{(n+5)(n+6)(2n+11)}{6} = 3027$$

$$3n^2 + 3n + 6 + 18n^2 - 414n + 2376 + 2n^3 + 33n^2 + 181n + 330 = 18162$$

$$2n^3 + 54n^2 - 230n - 15450 = 0$$

$$n^3 + 27n^2 - 115n - 7725 = 0 \text{ 算木で計算したもの}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 27 \quad -115 \quad -7725 \quad (15) \\ \underline{ \quad 15 \quad 630 \quad 7725} \\ 1 \quad 42 \quad 515 \quad 0 \end{array}$$

$$n=15$$

答 圭底子 15 個

問. 87 今圭堦(1, 2, 3, …をいう)、円堦、三角堦(1, 3, 6, …)四角堦(1, 4, 9, …)が各1段、全部で5008個。只云円の外囲いは三角底子より2個少なく、圭底子は3個少なく引き、三角底子は四角底子より6個多いとき、圭底子(n)いくらか。

問 87. (解法)

$$\frac{n(n+1)}{2} + 1 + 6 \frac{(n-12)(n-11)}{2} + \frac{(n+5)(n+6)(n+7)}{6} + \frac{(n+6)(n+7)(2n+13)}{6}$$

$$= 5008$$

$$3n^2 + 3n + 6 + 18n^2 - 414n + 2376 + n^3 + 18n^2 + 107n + 210 + 2n^3 + 39n^2 + 253n + 546 = 30048$$

$$3n^3 + 78n^2 - 51n - 26910 = 0$$

算木で計算したもの	3	78	-51	-26910	(15)
		45	1845	26910	
	3	123	1794	0	

$$n = 15$$

答 圭底子 15 個

問. 88 今上下米がある。下米金 1 千石金 150 両、問毎兩上米いくらか。

問 88. (解法)

『算法勿憚改答術』を参考にしたもの

下米は 1 両 = 1.416 石 1000 石 150 両 (題意)

$$\text{下米 } 1000 \text{ 石} = \frac{1}{1.416} \times 1000 = 706.2146 \text{ 両}$$

$$\text{上米を } 1 \text{ 両} = x \text{ 石とすると } 1000 \text{ 石} = \frac{1000}{x} \text{ 両}$$

$$x - 150 = 706.2146 \text{ 両} \quad x = 856.2146 \text{ となり}$$

$$\text{上米 } 1000 \text{ 石} = \frac{1000}{856.2146} = 1.167931497 \text{ としている。}$$

(術)

兩上米 = x とおく

只云金を掛け、只云米を加えるすなわち毎兩上米 × 只云金 + 只云米 = 下米石数で
 $1000 + 150x = \text{下米石数}$ 。これに兩上米を掛けると $1000x + 150x^2$ (左寄) 只云米 1000
 \times 兩下米 1.416 で左に寄せる。 $1416 - 1000x + 150x^2 = 0$

$$x = 1.2 \text{ 斗}$$

『算法勿憚改答術』では問題が少し違い次のようにしている

$$\text{毎兩上米} = \frac{\text{兩下米} \times \text{只云下米}}{\text{兩下米} \times \text{只云金} \times \text{只云米}} = \frac{1.416 \times 1000}{1.416 \times 150 \times 1000} = 1 \frac{509}{3031} = 1.167931375$$

答 毎兩上 1 石 2 斗

問. 89 今借金 1 千両ある。只云毎年 300 両を 5 年間返す。本利 1500 両、別に今比利毎年 300 両 4 年間返すと元利 1200 両間借金はいくらか。

問 89. (解法)

初本返金 = A, 今返金 = B, 初返金 = C, 今借金 = x とおく

甲 = C(x+B), 乙 = AB とおく

$$[\text{甲}\{\text{甲}(\text{甲}+\text{乙})+\text{乙}^2\}+\text{乙}^3] \text{乙} \cdot \text{B} = \text{甲}^4 \cdot \text{x}$$

$$\text{甲}^3 \text{乙} \cdot \text{B} + \text{甲}^2 \text{乙}^2 \cdot \text{B} + \text{甲乙}^3 \cdot \text{B} + \text{乙}^4 \cdot \text{B} = \text{甲}^4 \cdot \text{x}$$

$$-\text{甲}^4 \cdot \text{x} + \text{甲}^3 \text{乙} \cdot \text{B} + \text{甲}^2 \text{乙}^2 \cdot \text{B} + \text{甲乙}^3 \cdot \text{B} + \text{乙}^4 \cdot \text{B} = 0$$

$$-\text{甲}^4 \cdot \text{x} = -\{C^4(x+B)^4\} \cdot \text{x} = -C^4 \cdot \text{x}^5 - 4C^4 \cdot \text{B} \cdot \text{x}^4 - 6C^3 \cdot \text{C}^4 \cdot \text{B}^2 - 4x^2 \cdot C^4 \cdot \text{B}^3 - C^4 \cdot \text{B}^4 \cdot \text{x}$$

$$\text{甲}^3 \text{乙} \cdot \text{B} = \{C(x+B)\}^3 \cdot \text{AB}^2 = C^3 \cdot \text{x}^3 \cdot \text{AB}^2 + 3C^3 \cdot \text{x}^2 \cdot \text{AB}^3 + 3C^3 \cdot \text{x} \cdot \text{AB}^4 + C^3 \cdot \text{B}^5 \cdot \text{A}$$

$$\text{甲}^2 \text{乙}^2 \cdot \text{B} = \{C(x+B)\}^2 \cdot \text{A}^2 \cdot \text{B}^3 = C^2 \cdot \text{x}^2 \cdot \text{A}^2 \cdot \text{B}^3 + 2C^2 \cdot \text{x} \cdot \text{A}^2 \cdot \text{B}^4 + \text{A}^2 \cdot \text{C}^2 \cdot \text{B}^5$$

甲乙³B = {C(x+B)}A³B⁴ = A³B⁴Cx + CA³B⁵
 -C⁴x⁵ - 4C⁴Bx⁴ - C³B²(6C-A)x³ - B³C²(4C² - A² - 3AC)x² + B⁴C(2A²C + A³ - C³ + 3AC²)x +
 AB⁵(AC² + A²C + A³ + C³) = 0
 -81x⁵ - 97200x⁴ - 1940000x³ + 3742200000x² + 44784900000000x
 + 3443310000000000 = 0
 x = 852.382371
 答 今借金 8052 両 38237 強

乙の体積 = 甲の体積 ,
 乙の体積 = $\frac{x+3}{2} \cdot \frac{(x+10)(x-7)}{x+3} \cdot \text{縦} = \text{甲の体積} = (x+3) \cdot \frac{(x+10)(x-7)}{x+3} \cdot$
 (縦+12)より縦=8
 $(\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{4})\pi = -4(x+10)(x-7)$
 $2x^3\pi + (9\pi + 48)x^2 + 144x - 3360 = 0 \quad \pi = \frac{355}{113}$ を代入すると
 $710x^3 + (3195 + 5424)x^2 + 16272x - 379860 = 0$
 $x = 4.961898$ となる
 答 丙短径 4 寸 9 分 6 厘 1 毛 898 微強

問.90 今甲乙直堡壘(直方体)、丙帯直円がある。3つの体積は等しい、甲云横と丙短径和に丙長径を掛けると70寸、高さは丙長径の半分、横と乙横は等しい。乙云う、縦と甲縦和は12寸、高さは丙長径と同じ、丙云う長径と短径差は3寸このとき丙短径はいくか

問90. (解法)

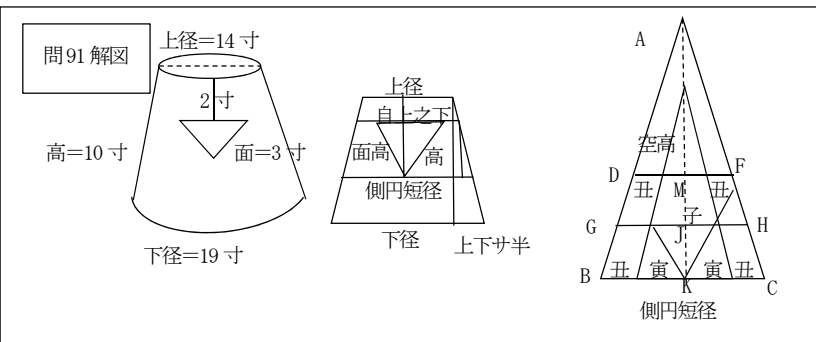
丙短径 = x とおく

$$\text{甲横} = \text{乙横} = \frac{70 - 3x - x^2}{x+3} = -\frac{(x+10)(x-7)}{x+3}, \quad \text{甲高さ} = x+3, \quad \text{乙高さ} = \frac{x+3}{2}$$

$$\text{乙縦} + 12 = \text{甲縦}, \quad \text{丙帯直円求の体積 } V = \left(\frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{4}\right)\pi$$

問.91 今円台がある。上径は1尺4寸、下径は1尺9寸、高さ10寸。只云う、図の如く上径を2寸下通面3寸三角空の時、残りの体積はいくか。

問91. (解法) 『勿憚改答術』では少し答が違うがここに紹介する。



AKの長さは右図

でAM=x とすると

$$14 : x = 19 : (x+10)$$

$$19x = 14(x+10)$$

$$5x = 140 \quad x = 28$$

又子=GH=y とすると

$$y : 30 = 19 : 38, \quad y = 15$$

$$\text{弦}^2 = 4 \text{ 矢} (\text{径} - \text{矢})$$

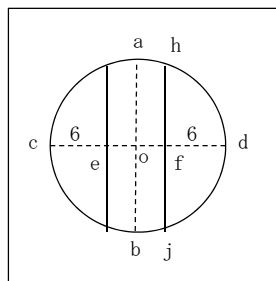
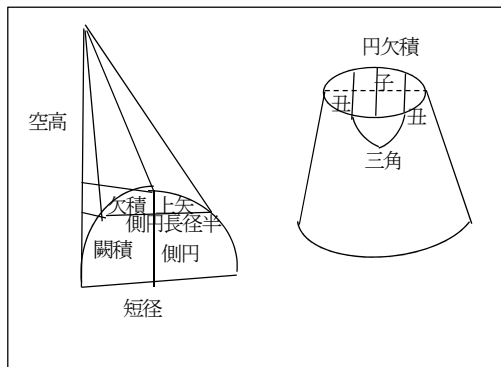
$$= 24(15-6) \quad \text{弦} = \text{hj} = 14.69693845$$

$$\text{bj 背} = 2 \text{ 径} \sin^{-1} \sqrt{\frac{\text{矢}}{\text{径}}} = 30 \times \sin^{-1} 0.632455532$$

$$= 30 \times 39.23152048 \times 3.141592 \div 180 = 20.5415718$$

$$\text{円欠積} = \frac{\text{円径} \times \text{背} - (\text{円径} - 2 \text{ 矢}) \text{ 弦}}{4}$$

$$= \frac{15 \times 20.5415718 - (15 - 12) 14.69693845}{4}$$



$$= 66.0082144$$

$$\text{円欠の面積} = \frac{176.71455 - 2 \times 66.0082144}{2} = 22.3490606 \text{ となる。}$$

次に側円欠積

$$\text{三角形の中股} 1.5\sqrt{3} = 2.59807621$$

$$(\text{子} - 3) \div 2 = 6 = \text{丑}, \quad \text{短径} = \text{子} + \frac{\text{中股} \cdot \text{上下差}}{\text{高}} = 15 + 1.299038105$$

$$\text{短径} = 16.299038105, \quad \text{短径} \div 2 - \text{丑} = \text{寅} = 2.14951905$$

$$\text{長径} = \frac{\text{面} \cdot \text{短径}}{\text{寅}} = 22.74793252$$

$$\text{側円積} = \frac{\text{長径} \cdot \text{短径}}{4} \pi = 291.12015597 \quad \text{半側円積} = 145.6007798$$

$$\text{円欠積} = \frac{\text{円径} \times \text{背} - (\text{円径} - 2 \text{ 矢}) \text{ 弦}}{4}$$

$$\text{円径} = 16.299038105, \quad \text{矢} = (\text{長径} \div 2 - 3) \frac{\text{短径}}{\text{長径}} = 5.999632688 \div 6$$

$$\text{弦}^2 = 24(16.299038105 - 6) = 247.1013372, \quad \text{弦} = 15.72186103$$

$$\text{背} = 2 \text{ 径} \sin^{-1} \sqrt{\frac{\text{矢}}{\text{径}}} = 32.5980762 \times \sin^{-1} 0.606728838$$

$$= 32.5980762 \times 37.35335064 \times 3.141592 \div 180 = 21.25195131$$

$$\text{円欠積} = \frac{346.3863641 - (16.299038105 - 12) 15.72186103}{4}$$

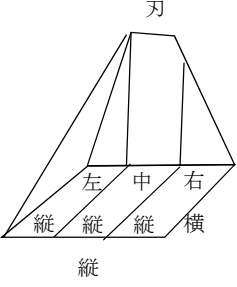
$$= 69.69937115$$

$$\text{側円積} \div 2 - \text{円弧積} \times \frac{\text{長径}}{\text{短径}} = 145.6007798 - 97.27669702 = 48.3240829$$

$$\text{側円積} \div 2 - \text{円弧積} \times \frac{\text{長径}}{\text{短径}} = 145.6007798 - 83.56530947 = 62.0354704$$

答 残りの体積2094寸6分5厘7毛246強

問.92 ^{くまび}今楔形がある。縦は9寸、5寸、刃は2寸、高さ12寸。只云う、図の如く3段体積は等しいとき、左右縦はいくか。



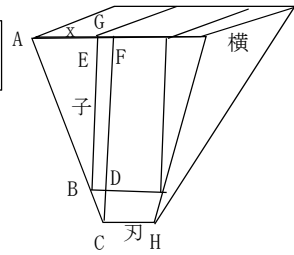
問92. (解法)

AE=左右縦=x, EB=子,
AG=横=5, CF=高=12,
CH=刃=2, BD=寅, CD=丑,
とおき比で考える。AF=3.5

$$\text{子} = x \cdot \frac{12}{3.5} = \frac{24x}{7}$$

$$\text{丑} = 12 - \frac{24x}{7}, \text{寅} = 5 - \frac{10x}{7},$$

問92解図



楔形の体積 $S = (2 \text{ 縦} + \text{刃}) \text{横} \cdot \text{高さ} \div 6 = (18 + 2) 10 = 200$

ここでは $(2 \text{ 横} + \text{寅}) x \cdot \text{子} \div 6$

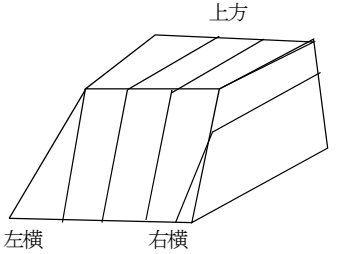
$$= (15 - \frac{10x}{7}) x \cdot \frac{24x}{7} \div 6$$

$$200 \times 49 = (21x^2 - 2x^3) 20$$

$$980 = 126x^2 - 12x^3 \quad 6x^3 - 63x^2 - 490 = 0 \quad x = 3.388852$$

答 左右縦各3寸3分8厘8毛852弱

問.93 今方台がある。上方は3寸、下方10寸、高さ9寸。只云う、図の如く5段体積は等しいとき、下左右横はいくか。



問93. (解法)

方台全体の体積Vは
上の一辺=a, 下の一辺=b,
高さ=h とすれば,

$$V = \frac{\{(2a+b)a + (a+2b)b\}h}{6}$$

だから題意より a=3, b=10,
高さ=9

$$V = \frac{(48+230)9}{6} = 417, \text{ 一個の体積は } \frac{V}{5} = 83.4 \text{ となる。}$$

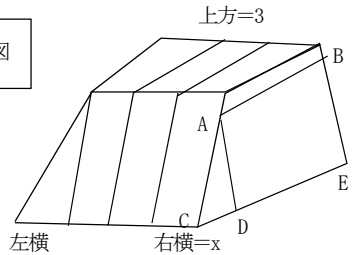
端のACDEB 楔形であるから

楔の体積 $S = (2 \text{ 縦} + \text{刃}) \text{横} \cdot \text{高さ} \div 6$ 刃=AB=10-2x, 縦=CE=10, 高さ=AD

$$= CD \times \frac{18}{7} = \frac{18}{7}x, \text{ 横} = x$$

$$83.4 = (30-2x)x \cdot \frac{18}{7}x \div 6 \quad 2x^3 - 30x^2 + 194.6 = 0$$

問93解図



$x=2.8272344$ となり、この問題は解が間違っているものと思われる。

『算法勿憚改答術』関孝和著・山路主住訂ではこのようになっている。

参考(術)

下左右横= x とおく、これを倍して $3 \times$ 上下方差より引く $21-2x$

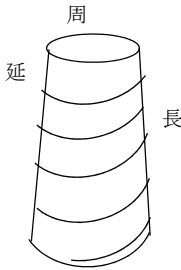
下方 $^2(21 \times 5 - 2x)x^2 = 1050x^2 - 100x^3$ (寄左)

上方 $^2 +$ 下方 $^2 +$ 上下 $= 139$, $139 \times$ 上下差 $^2 = 6811$

$-6811 + 1050x^2 - 100x^3 = 0$ $x = 3.016933$

答 下左右横各 3 寸 01 厘 6 毛 933 弱

問.94 今円壺(つつ)がある。周は 1 尺 2 寸、長 2 尺 8 寸。只云う、図の如く長 1 丈 1 尺 6 寸の糸を巻き、毎纏糸 2 寸延ばすとき、纏(まっわり)はいくか。

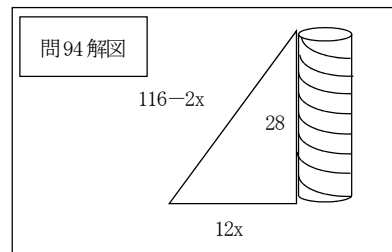


問94. (解法)

纏数を x とおくと糸を棒から伸ばすと図のような直角三角形となる。

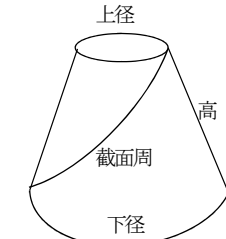
$$(116-2x)^2 = (12x)^2 + 28^2$$

$$140x^2 - 462x + 12672 = 0 \quad x = 8 \text{ となる。}$$



答 8 纏

問.95 今円台がある。上径は 3 寸、下径 1 尺 6 寸、高さ 1 尺。只云う、図の如く斜めに截るとき、截面周はいくか。



問95. (解法)

『求積』問 45, 『闕擬抄一百答術』問 45 など以下記の公式が使われているが、『算法勿憚改答術』関孝和著・山路主住訂では『解見題之法』関孝和著の楕円周を求める公式が使われている。ここでの解は楕円周になる。

$$\text{截面周を } s, \text{ 上径 } a, \text{ 下径 } b, \text{ 高さ } h \text{ とすると } \left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + h^2 + \frac{6ab}{4}$$

$$a=3, \quad b=16, \quad h=10 \text{ だから}$$

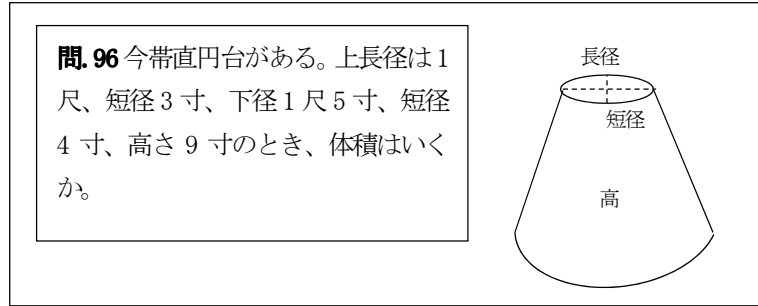
$$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = 90.25 + 100 + 72 \quad s = 16.19413474 \times 2 = 32.38826948 \text{ となる。}$$

$$\text{長径}^2 = \frac{1}{4}(\text{上径} + \text{下径})^2 + \text{高さ}^2 \quad \text{長径} = 13.79311422$$

$$\text{短径}^2 = \text{上径} \times \text{下径} \quad \text{短径} = 6.92820323$$

截面周 $^2 =$ 短径 \times 長径 $\pi^2 + 4(\text{長径} - \text{短径})^2$ 截面周 $= 33.64018137$ と計算している。

答 截面周 3 尺 3 寸 6 分 4 厘 019 微弱



問96. (解法)

上長径=a . 下長径=b , 上短径=a' , 下短径=b' , 高さ=h と置く
直円台の体積V

$$V_1 = \{ \{ a+2b - (a' + 2b') \} b' + \{ 2a+b - (2a' + b') \} a' \} \frac{h}{2 \times 3}$$

$$V_2 = \{ a'^2 + b'^2 + a' b' \} \frac{h}{4 \times 3} \pi \quad \text{直円台の体積 } V = V_1 + V_2$$

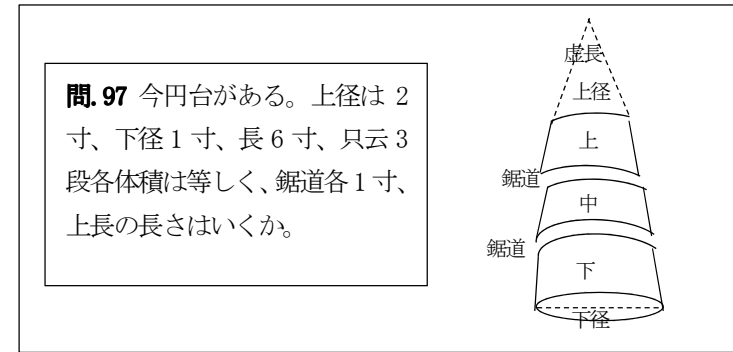
a=10, b=15 , a' =3 , b' =4, h=9, $\pi = \frac{355}{113}$ を代入すると

$$V_1 = \{ \{ 10+30 - (3+8) \} 4 + \{ 20+15 - (6+4) \} 3 \} 2 \frac{3}{2} = (116+75) 1.5 = 286.5$$

$$V_2 = \{ 9+16+12 \} \frac{3}{4} \cdot \pi = 87.17920353 \quad V = 373.6792035$$

答は $373 \frac{307}{452}$ 寸とある。

答 体積 373 寸 452 分の 307 (これは $\frac{307}{452}$ のことである。)



問97. (解法) 術文の解説

題意より BD=1, BG=6, GH=2.5 だから
AB=4 を得る。BC=x, CE=r, KM=h とすると
 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

$$4 : 1 = (x+4) : r$$

$$r = \frac{x+4}{4} \dots \dots \dots (1)$$

台形 BCDE の体積は

$$\frac{\pi}{3} \{ r^2(x+4) - 4^2 \} = \frac{\pi}{48} \{ (x+4)^3 - 64 \}$$

これは円錐の断面図 $\triangle ACE - \triangle ABD$
比を考えるには AC³ と 4³ で考えればよい。

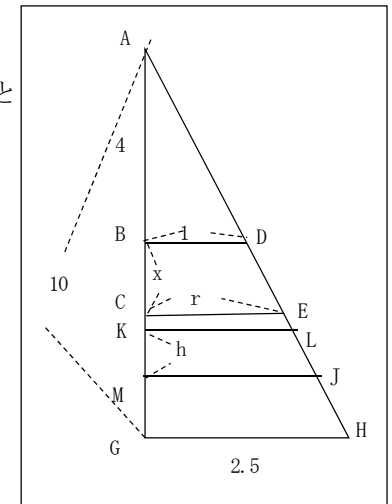
即ち台形 BCDE 実際は円錐台=X とする。

$$(x+4)^3 - 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x = X \dots \dots \dots (1) \text{ と考える。}$$

同様にして

台形 KLJM=Y は

$$(x+4)^3 - 4^3 = (x+5+h)^3 - (x+5)^3$$



$$(x+5+h)^3 = (x+4)^3 - 4^3 + (x+5)^3 \dots \dots \dots (2)$$

$$= x^3 + 12x^2 + 48x + x^3 + 15x^2 + 75x + 125 = 2x^3 + 37x^2 + 123x + 125$$

台形MGHJ=Zは

$$(x+6+h)^3 = 10^3 + 64 - (x+4)^3 \dots \dots \dots (3)$$

$$= 1000 - x^3 - 12x^2 - 48x$$

$a^3 - b^3 = (a-b)^3 - 3ab(a-b)$ より $a-b=1$ の場合は

$$a^3 - b^3 = 1 - 3ab \text{ となるから}$$

$$3ab = 1 - (a^3 - b^3) \text{ 両辺を立方して}$$

$$27a^3b^3 = \{1 - (a^3 - b^3)\}^3 \text{ に代入すると } a = x+6+h, b = x+5+h,$$

$$a-b=1, a^3 = 10^3 - (x+4)^3 = 1000 - 48x - 12x^2 - x^3, b^3 = 2x^3 + 37x^2 + 123x + 125.$$

$$\text{ここでは } (a^3 - b^3) - 1 = 874 - 171x - 39x^2 - 3x^3$$

$$27(1000 - 48x - 12x^2 - x^3)(125 + 123x + 27x^2 + 2x^3) = \{874 - 171x - 39x^2 - 3x^3\}^3$$

$$3375000 + 3159000x + 529092x^2 - 24219x^3 - 114661x^4 - 1377x^5 - 54x^6$$

$$3375000 + 3159000x + 529092x^2 - 24219x^3 - 114661x^4 - 1377x^5 - 54x^6 = 667627624 -$$

$$391868388x - 12703590x^2 + 23097141x^3 + 3257037x^4 - 429849x^5 - 155763x^6 - 18306x^7$$

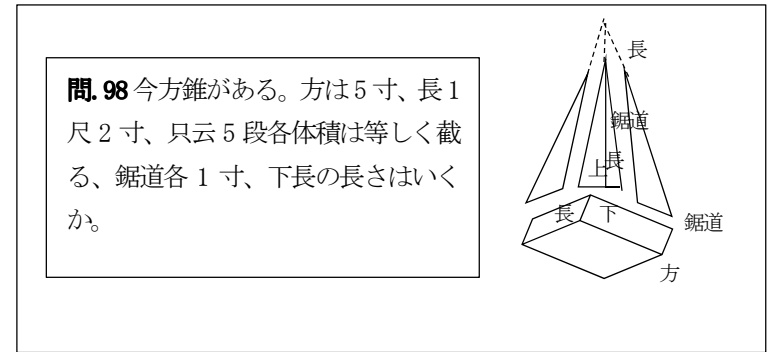
$$- 1053x^8 - 27x^9$$

$$664252624 - 395027388x - 13232682x^2 + 23121360x^3 + 3271698x^4 - 428517x^5 -$$

$$155709x^6 - 18306x^7 - 1053x^8 - 27x^9 = 0 \quad x = 2.311668$$

と術文はしている。

答 上長2寸3分1厘1毛668強



問.98 今方錐がある。方は5寸、長1尺2寸、只云5段各体積は等しく截る、鋸道各1寸、下長の長さはいくか。

問98. (解法)

右のような断面図を描くと

方錐台FBCGにおいて

高さを x とすると高さの比は $\frac{5}{12}$

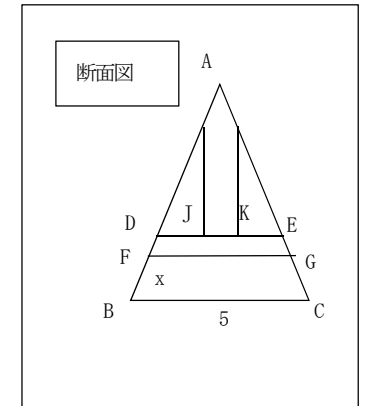
底辺 $BC=5$ 寸、上底 $FG=5 - \frac{5}{12}x = \frac{60-5x}{12}$

方錐台の体積は

$$V = \{ \text{下底}^2 + \text{上底}^2 + \text{上下底} \} \frac{\text{高さ}}{3} \text{ だから}$$

$$= \{ 25 + (\frac{60-5x}{12})^2 + 5 \times \frac{60-5x}{12} \} \frac{x}{3}$$

$$= \frac{10800x - 900x^2 + 25x^3}{432} \dots \dots \dots (1)$$



方錐台DFEGは高さ1寸だから、更にDJを辺とする方錐台の高さは $\frac{43-5x}{12} \times \frac{12}{5}$

$$= \frac{43-5x}{5} \text{ となり、これが4個だから}$$

$$\text{底辺 } FG = \frac{60-5x}{12}, \text{ 上底 } DF = \frac{60-5x}{12} - \frac{5}{12} = \frac{43-5x}{12}$$

DJ を辺とする方錐台の体積は

$$V = \left(\frac{43-5x}{12}\right)^2 \times \frac{43-5x}{5} \times \frac{1}{12} = \frac{(43-5x)^3}{8640} = \frac{1}{8640} (79507 - 27735x + 3225x^2 - 125x^3)$$

..... (2)

(1) = (2) だから 20(1) = (2) として分母を払うと

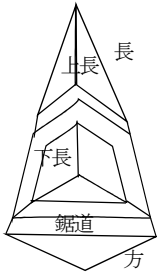
$$216000x - 18000x^2 + 500x^3 = 79507 - 27735x + 3225x^2 - 125x^3$$

$$79507 - 243735x + 21225x^2 - 625x^3 = 0, x = 0.335933 \text{ となり}$$

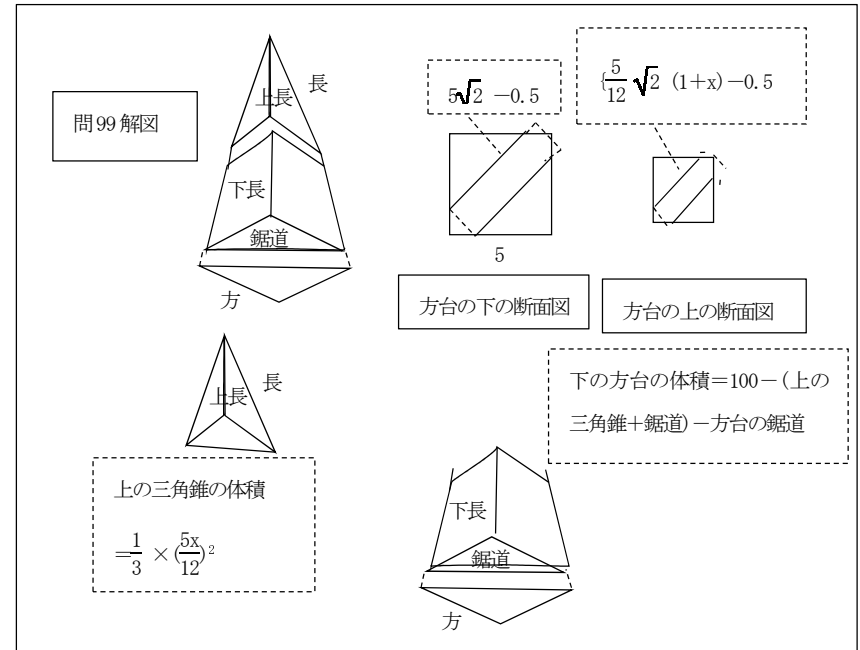
術文と同じになる

答 下長 3 分 3 厘 5 毛 933 弱

問. 99 今方錐がある。方は 5 寸、長 1 尺 2 寸、只云 3 段各体積は等しく截る、鋸道各 1 寸、上長の長さはいくか。



問 99. (解法)



上長 = x とおく

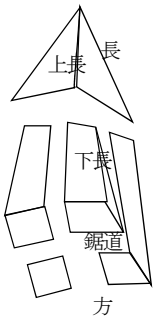
$$\frac{1}{2} \left[100 - \frac{25}{144 \times 3} (1+x)^3 - \left\{ \frac{5}{12} \sqrt{2} (1+x) - 0.5 + 5\sqrt{2} - 0.5 \right\} \frac{11-x}{2} \right] = \frac{25}{144 \times 3} x^3$$

$$(11-x) \left\{ \frac{5}{12} \sqrt{2} (13+x) - 1 \right\} = \frac{25}{216} \{ (1+x)^3 + 2x^3 \} - 200$$

現在は係数に無理数や三次の方程式はあまりしないので $\sqrt{2} \approx 1.414213562$ として展開すると $0.347222x^3 - 0.241003x^2 + 0.1687107x - 126.6249914 = 0$ とすると $x = 7.316014$ を得ることができる。

答 上長 7 寸 3 分 6 厘 1 毛 064 弱

問. 100 今方錐がある。方は5寸、
長1尺2寸、只云5段各体積は
等しく截る、鋸道各1寸、上長
の長さはいくか。



問100. (解法)

上長=x とおく
上四角錐の体積

$$V_1 = \frac{1}{3} \left(\frac{25x^3}{144} \right) = \frac{25x^3}{432}$$

下方台の体積

$$V_2 = \frac{11-x}{3} \left\{ 4 + \frac{(5x-7)^2}{576} + \frac{1}{12}(5x-7) \right\}$$

$V_1 = V_2$ とおく

$$\frac{25x^3}{432} = \frac{(5x-7)^2 + 48(5x-7) + 2304}{576}$$

整理すると

$$-22187 + 147x - 105x^2 + 125x^3 = 0$$

となり術文と同じになる。

$$x = 5.841069$$

答 上長 5寸8分4厘1毛069弱

問100 解図

