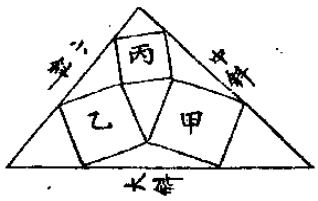
和算講座第 38 回

米光　　丁

はじめに

今回も「精要算法」巻之下(藤田定資著)より問題を選んで解答してみます。皆様のご指導、ご教示をお願いします。

問題 38. 原文



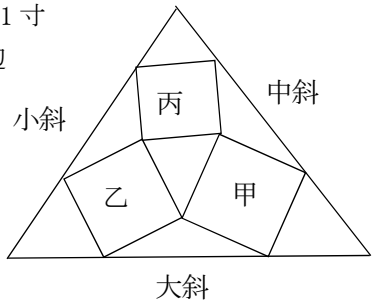
今有如圖三斜内容甲乙丙方只云大斜一万七千八百五十五寸中斜一万四千六百四十一寸一分小斜七千四百九十九寸一分問甲方面幾何

答曰甲方面三千七百三十八寸

術曰置倂大斜冪中斜冪共得數寄位内減小斜冪餘自之以減大斜冪與中斜冪相乗四段上餘平方開之半之再寄三之倂入寄位與小斜冪得數爲法　置寄位倍之内減小斜冪餘平方開之乗再寄以法除之得甲方面合問

今三角形内へ図のように甲、乙、丙の正方形を容れる。大斜が 17855 寸、中斜が 14641.1 寸小斜が 7499.1 寸のとき、甲の正方形の一辺の長さは何寸か。

答　甲の正方形の一辺の長さは 3738 寸



(術)

大斜^2＋中斜^2＝寄位＝533162834.21　　小斜^2＝56236500.81

$\sqrt{4大^2中^2-(大斜^2+中斜^2-小斜^2)^2}$

$=\sqrt{2大中+(大斜^2+中斜^2-小斜^2)}\times\sqrt{2大中-(大斜^2+中斜^2-小斜^2)}$

＝31618.98186×6775.496114＝214234288.72106649204

再寄＝$\sqrt{4大^2中^2-(大斜^2+中斜^2-小斜^2)^2}$÷２＝107117144.360533

法＝３再寄＋寄位＋小斜^2

＝910750768.101599

$\sqrt{2寄位-小斜^2}$×再寄

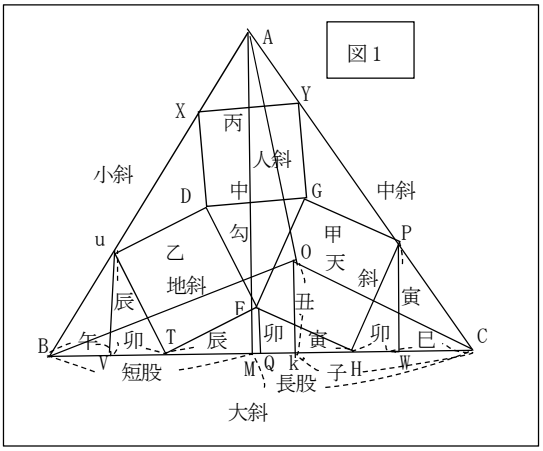
＝31781.9×107117144.360533

＝3404386370495.0237527

甲＝3404386370495.0423027÷法

＝3737.99999946

答　　甲≒3738 寸



(和算家の解法と現代的な解法)

図１より△ABC 面積の３等分点の交点を

O とすると Ok＝丑＝$\frac{中勾}{3}$, 甲, 乙, 丙は正方形の一辺として、大＝BC、中＝AC、小＝AB

はそれぞれ大斜、中斜、小斜の略、中勾＝AM、AO＝人斜, BO＝地斜, CO＝天斜,

大^2＋中^2－小^2＝2 大長股　, (注:小^2＝大^2＋中^2－2 大中 cos∠C の余弦定理)・・(1)

大^2＋中^2＝智　, 小^2＝仁と置く・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・(2)

智－仁＝2 大長股 ,　大^2＋中^2(中勾^2＋長股^2＝中^2)－小^2＝2 大長股

$(\frac{智-仁}{2})^2$＝(大長股)^2　　中^2＝中勾^2＋長股^2・・・・・・・・・・・・・・・・・・(3)

※図２より

天斜^2＝丑^2＋子^2(△OKC より)・・(4)

△ABO＝△BCO＝△AOC の面積だから

$OK＝丑＝\frac{中勾}{3}$

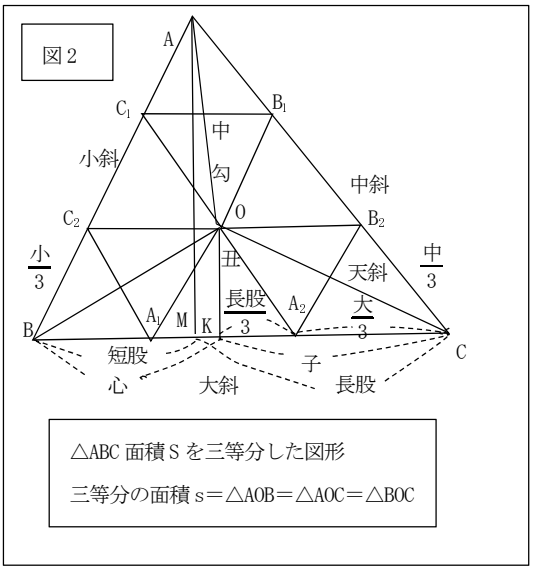
$BA_1＝A_1A_2＝CA_2＝C_1B_1＝C_2O＝OB_2＝\frac{大}{3}$ ，

$AB_1＝B_1B_2＝CB_2＝C_2A_1＝C_1O＝OA_2＝\frac{中}{3}$ ，

$AC_1＝C_1C_2＝BC_2＝A_2B_2＝B_1O＝OA_1＝\frac{小}{3}$ ，

$KA_2＝\frac{MC}{3}＝\frac{長股}{3}$ ， $KA_1＝\frac{MA}{3}＝\frac{短股}{3}$ ，

$子＝\frac{大}{3}＋\frac{長股}{3}$ ， $心＝\frac{大}{3}＋\frac{短股}{3}$



※図１より

△OKC∽△PHR(∠KCO＝∠HPR)

卯 ： 丑 ＝寅 ： 子＝甲 ：天斜

$寅＝\frac{甲子}{天斜}$, $卯＝\frac{甲丑}{天斜}$(△OKC∽△HPR＝△FQR ：OK∥PR)

甲 ： 天斜 ＝(寅＋辰) ： 大 $寅＋辰＝\frac{甲大}{天斜}$ $辰＝\frac{甲大}{天斜}－\frac{甲子}{天斜}$

(△AMC∽△PRC ：△ABC において AM∥PR であるから)

寅 ： 中勾 ＝巳 ： 長股 $巳＝\frac{寅長股}{中勾}$,同様にして$午＝\frac{辰短股}{中勾}$

短股＝大－長股 ,寅＋辰＋巳＋午＋２卯－大＝０

$\frac{甲大}{天斜}＋\frac{寅長股}{中勾}＋\frac{辰短股}{中勾}＋2\frac{甲丑}{天斜}－大＝0$

中勾甲大＋天斜寅長股＋天斜辰短股＋2 中勾甲丑－大中勾天斜＝０

天斜寅＝子甲、天斜辰＝甲大－子甲、$丑＝\frac{中勾}{3}$を代入して

$中勾甲大＋子甲長股＋甲大短股－子甲短股＋\frac{2中勾^2甲}{3}－大中勾天斜＝0$

両辺に３倍して

3 中勾甲大＋3 子甲長股＋3 甲大短股－3 甲子短股＋2 中勾^{2}甲－3 大中勾天斜＝０

子＝$\frac{大}{3}$＋$\frac{長股}{3}$　，短股＝大－長股　を代入する。

3 中勾甲大＋甲長股(大＋長股)＋3 甲大(大－長股)－甲(大＋長股[hy1])(大－長股)＋2 中勾^{2}甲－3 大中勾天斜＝０

3 中勾甲大を後に置き整理すると

2 甲(長股^2＋中勾^2)－2 大甲長股＋2 大^{2}甲＋３中勾甲大－3 大中勾天斜＝０

長股^2＋中勾^2＝中^2　、大^2＋中^2－小^2＝2 大長股より

2 甲中^2－甲(大^2＋中^2－小^2)＋2 大^{2}甲＋３甲大中勾－3 大中勾天斜＝０

甲(大^2＋中^2)＋小^{2}甲＋３甲大中勾－3 大中勾天斜＝０

ここで(2)より

大^2＋中^2＝智　,小^2＝仁　，大中勾＝極 ,3 天斜＝定とする。

甲(智＋仁)＋3 甲極－定極＝０　　両辺を極で割ると

$\frac{甲(智＋仁)}{極}$＋3 甲－定＝０従て甲($\frac{智＋仁}{極}$＋3)＝定

ここで題意の数値を代入すると

大斜＝17855 寸、中斜＝14641.1 寸、小斜＝7499.1 寸、だから(2)より智＝17855^2＋14641.1^2＝533162834.2　,仁＝7499.1^2＝56236500.81　,(3)より中勾＝5999.280006

大中勾＝極＝107117144.3 ,(4)より　　3 天斜＝31781.9＝定

甲×8.502380957＝31781.9

答　　甲＝3737.999997 寸となる。

※参考１

おおよその数値を示してみます。

(計算の方法、約し方で多少値は違う)

長股＝MC＝13355.54 寸、

短股＝BM＝4499.46 寸、

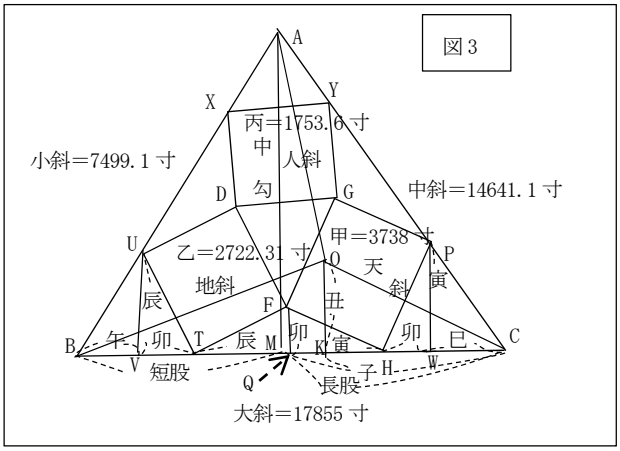
子＝KC＝10403.51326 寸、

天斜＝CO＝10593.9666

丑＝$\frac{中勾}{3}$＝OK＝1999.76002 寸、

寅＝$\frac{甲子}{天斜}$＝QH＝PW＝3670.7999 寸、

卯＝$\frac{甲丑}{天斜}$＝FQ＝HW＝705.6000 寸、



辰＝$\frac{甲大}{天斜}-\frac{甲子}{天斜}$＝UV＝TQ＝2629.2746 寸、

巳＝$\frac{寅長股}{中勾}$＝WC＝8172.1379 寸、BQ＝$\frac{1}{3}$(大＋短股)＝7451.4866

XU＝$\frac{小甲}{天斜}$＝2646.000011, TH＝$\frac{大甲}{天斜}$＝6300.000027, YP＝$\frac{中甲}{天斜}$＝5166.000227

午＝$\frac{辰短股}{中勾}$＝BV＝1971.955963 寸、中勾＝AM＝5999.28006 寸、寸、

地斜＝BO＝7715.16006 寸、人斜＝AO＝4971.17915 寸、乙＝$\sqrt{卯^2+辰^2}$＝2722.3123 寸

※丙の計算

△FTH において

cos∠HFT＝$\frac{甲^2+乙^2-(寅+辰)^2}{2甲乙}$, cos∠HFT＝$\frac{3738^2+2722.3123^2-6300.17^2}{2\cdot3738\cdot2722.3123}$だから

cos∠HFT＝－0.899592　　cos∠DFG＝0.899592

丙^2＝3738^2＋2722.3123^2－2・3738・2722.3123・0.899592

丙＝1753.605058 寸

△ABC の面積 S は

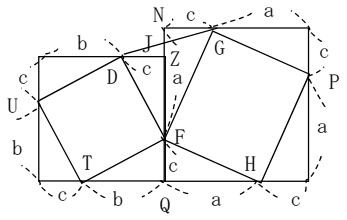
S＝53558577.55 △ABO＝△BCO＝△AOC の面積＝S÷3＝17852859.18

△TFH＝△DFG＝△YGP＝△DUX の面積 s＝2222640.24

※参考 2

図 4 より△TFQ＝△DZF ,△FHQ＝△FGN,
△DJZ＝△JNG よって△THF＝△GDF 同様にして
4 つの三角形の面積は
△TFH＝△DFG＝△YGP＝△DUX(図 3)全部等しい

図 4



※同じ問題を扱った文献

『日本の幾何何代解けますか?』深川英俊・ダン・ペドー著 p. 82

『算法点竄手引草』大村一秀著 1841 年

自宅　　〒856-0827　　大村市水主町 1-978-90

Tel＆Fax 0957-54-4507

E-mail　hinotoyonemitsu@hotmail.com

URL　http://hyonemitsu.web.fc2.com